



Übungen zur Vorlesung Mathematik für Naturwissenschaftler I
 Wintersemester 2009/10

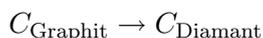
Blatt 13

Abgabe: Freitag, 29.01.2010, bis 10:15 Uhr,
 Briefkasten Nr. 8 im UG von Geb. E25

Versehen Sie Ihre Lösungen bitte gut lesbar mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer

Aufgabe 13.1 (2 + 3 = 5 Punkte)

Die Umwandlung von Graphit in Diamant gelingt unter hohem Druck (Le Chateliersches Prinzip). Hohe Temperaturen sind notwendig, um die Wirksamkeit von Katalysatoren zu gewährleisten. Die Bedingung für eine (mögliche) Umwandlung



ist verbunden mit der Forderung

$$\Delta G_{\text{Diamant}} \leq \Delta G_{\text{Graphit}}$$

(die nicht unter Normalbedingungen erfüllt wird). Benutzen Sie für die folgenden zwei Aufgaben die lineare Näherung

$$\Delta G(T, p) = \Delta G(298.15 + \Delta T, 101.3 + \Delta p) = \Delta G^0 + \frac{\partial \Delta G}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial \Delta G}{\partial T} \Delta T,$$

$$\Delta T = T - 298.15 \text{ K}, \quad \Delta p = p - 101.3 \text{ kPa},$$

wobei für $\Delta G = \Delta G_{\text{Graphit}}$ bzw. $\Delta G = \Delta G_{\text{Diamant}}$ folgende Daten zugrunde gelegt werden:

	ΔG^0 [kJ/mol]	$\partial \Delta G / \partial p$ [m ³]	$\partial \Delta G / \partial T$ [JK ⁻¹ mol ⁻¹]
Graphit	0	$5.305 \cdot 10^{-6}$	-5.74
Diamant	2.9	$3.41 \cdot 10^{-6}$	-2.38

- Skizzieren Sie ΔG für $T = 1000$ K für Graphit und Diamant als Funktion von p im Bereich 101.3 kPa bis $5 \cdot 10^9$ Pa.
- Bestimmen Sie den Druck p , ab dem bei fester Temperatur $T = 1000$ K die Bedingung $\Delta G_{\text{Diamant}} \leq \Delta G_{\text{Graphit}}$ erfüllt ist.

Aufgabe 13.2. (4 Punkte)

Bei einem Hohlspiegel werde eine Bildweite $b = 4$ cm und eine Gegenstandsweite $g = 3$ cm gemessen. Berechnen Sie den absoluten und den relativen Fehler der Brennweite f , wenn der Messfehler jeweils ± 0.1 mm beträgt.

Aufgabe 13.3. (6 Punkte)

Welcher relative Fehler ergibt sich mit $r = -3$ und $t = 4$ bei der Berechnung des Wertes der Größe $A(r, t) = 2 + (r + 3)(t - 4)$, wenn die Werte für r und t jeweils mit einem Fehler von 5% behaftet sind?

Aufgabe 13.4. ($2 \times 4 = 8$ Punkte)

Bestimmen Sie die relativen Extrema folgender Funktionen:

a) $f(x, y) = x^2 + (y - 1)^2$

b) $f(x, y) = x^2 - (y - 1)^2$

c) $f(x, y) = 2y^2 - x(x - 1)^2$

d) $f(x, y) = 2x^4 + y^4 - x^2 - 2y^2$

Die Übungsblätter sind auch auf unserer Homepage erhältlich:

<http://www.math.uni-sb.de/ag/fuchs/ag-fuchs.html/>