



Übungen zur Vorlesung Mathematik für Naturwissenschaftler I
Wintersemester 2009/10

Blatt 3

Abgabe: Freitag, 06.11.2009, bis 10:15 Uhr,
Briefkasten Nr. 8 im UG von Geb. E25

Versehen Sie Ihre Lösungen bitte gut lesbar mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer

Aufgabe 3.1 ($3 \times 2 + 2 \times 3 = 12$ Punkte)

a) Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil folgender komplexer Zahlen:

$$\frac{1+3i}{2-i}, \quad \frac{i}{i+1}, \quad \frac{2+3i}{1-i} + (\sqrt{2}-3i)(1+5i)^2$$

b) Bestimmen Sie die Nullstellen der komplexen Polynome

$$3z^2 + 12z + 15 \quad \text{und} \quad z^2 + (1-i)z - i.$$

Aufgabe 3.2. ($4 \times 2 = 8$ Punkte)

Berechnen Sie den Betrag und das Argument folgender komplexer Zahlen:

$$\frac{1+i}{1-i}, \quad \frac{1}{\sqrt{3}+i}, \quad i^n \quad (n \in \mathbb{Z}), \quad (a+bi)(a-bi) \quad (a, b \in \mathbb{R}).$$

Aufgabe 3.3. ($4 + (2 + 4) = 8$ Punkte)

a) Es seien $a = 2 - i$ und $b = -3 + 2i$ gegeben. Berechnen Sie

$$a+b, \quad a-b, \quad ab, \quad \frac{a}{b}, \quad \frac{b}{a}, \quad \frac{\bar{a}}{a}.$$

Veranschaulichen Sie die beschriebenen Operationen in der komplexen Zahlenebene.

b) Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichungen

$$z^2 = 2i \quad \text{und} \quad z^6 = -64,$$

und tragen Sie diese in die komplexe Zahlenebene ein.

Aufgabe 3.4. (3 × 2 = 6 Punkte)

Skizzieren Sie folgende Teilmengen von \mathbb{C} :

$$A = \{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 3\} \cap \{z \in \mathbb{C} : |z| \geq 1\},$$

$$B = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im} z \leq 0, |z| \leq 1\},$$

$$C = \{z \in \mathbb{C} : z = u^2, \operatorname{Re} u \geq 0, \operatorname{Im} u \geq 0\}.$$

Die Übungsblätter sind auch auf unserer Homepage erhältlich:

<http://www.math.uni-sb.de/ag/fuchs/ag-fuchs.html/>