

Übungen zur Vorlesung Mathematik für Naturwissenschaftler I
Wintersemester 2009/10

Blatt 6

Abgabe: Freitag, 27.11.2009, bis 10:15 Uhr,
Briefkasten Nr. 8 im UG von Geb. E25

Versehen Sie Ihre Lösungen bitte gut lesbar mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer

Aufgabe 6.1 (4 × 2 = 8 Punkte)

Beweisen Sie, dass die folgenden Reihen konvergent sind.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}$

b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin(2^n)}{2^n}$ (mittels des Quotientenkriteriums)

c) $\sum_{n=1}^{\infty} n \left(\frac{1}{4}\right)^n$ (mittels des Majorantenkriteriums)

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ (mittels des Cauchy-Kriteriums; beachten Sie: $\frac{1}{\nu(\nu+1)} = \frac{1}{\nu} - \frac{1}{\nu+1}$)

Aufgabe 6.2. (4 × 2 = 8 Punkte)

Untersuchen Sie, ob die folgende Reihen konvergent oder divergent sind.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n-1}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n+1}{n}}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n^3}$

Aufgabe 6.3. (4 × 1 = 4 Punkte)

Skizzieren Sie die Graphen folgender Funktionen. Verwenden Sie für jede Funktion ein eigenes Koordinatensystem. Die x -Werte sollen zwischen -5 und 5 liegen.

a) $f(x) = \frac{1}{5}(x-1)^2 - 1$

b) $g(x) = |2 \sin(2x)|$

c) $k(x) = j$ für $j \leq x < j+1$, $j \in \mathbb{Z}$

d) $p(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 3 & \text{für } x < 1 \\ -x^2 + 2x + 1 & \text{für } x \geq 1 \end{cases}$

Aufgabe 6.4. (3 Punkte)

Skizzieren Sie den Graphen der Funktion

$$a(x) = \frac{3}{x} k(x),$$

mit $k(x)$ wie in Aufgabe 6.3 c), für $0 < x < 6$. Für welche $x > 0$ existiert der Grenzwert $\lim_{t \rightarrow x} a(t)$, und welchen Wert hat er? Existiert $\lim_{t \rightarrow \infty} a(t)$?

Die Übungsblätter sind auch auf unserer Homepage erhältlich:

<http://www.math.uni-sb.de/ag/fuchs/ag-fuchs.html/>