



Übungen zur Vorlesung  
Minimalflächen

Wintersemester 2018/19

Blatt 2

Besprechung: 16.11.2018

---

**Übung 1.**

Betrachten Sie Minimalflächen mit

$$\partial_1^2 f \equiv 0.$$

Lösungen der Minimalflächengleichung dieser Gestalt haben die Form  $f(u, v) = u\varphi(v) + \psi(v)$ .  
Leiten Sie daraus die Gleichung

$$\left( \frac{\varphi'}{\varphi^2 + 1} \right)' \equiv 0$$

her und bestimmen Sie damit die allgemeine Darstellung solcher Minimalflächen.

**Übung 2.**

Seien  $S$  eine Fläche,  $p \in S$  und  $F$  eine lokale Parametrisierung von  $S$  bei  $p$  mit  $F(u_0) = p$ . Zeigen Sie:

(i) Zeigen Sie, dass

$$T_p S = DF(u_0)(\mathbb{R}^2) = \text{Bild}(DF(u_0)).$$

(ii)  $T_p S$  ist ein zweidimensionaler Unterraum von  $\mathbb{R}^3$ , genannt Tangentialebene an die Fläche in  $p$ .

(iii)  $T_p S$  wird aufgespannt von den beiden linear unabhängigen Vektoren  $\partial_1 F(u_0)$  und  $\partial_2 F(u_0)$ .

**Übung 3.**

Sei  $F: \Omega \rightarrow \mathbb{R}^3$  eine Parametrisierung von  $S = F(\Omega)$ . Man setzt für  $(u, v) \in \Omega$

$$N(u, v) = \frac{\partial_1 F \times \partial_2 F}{|\partial_1 F \times \partial_2 F|}(u, v) \quad \text{und} \quad F_\varepsilon(u, v) = F(u, v) + \varepsilon \varphi(u, v) N(u, v)$$

für  $\varepsilon \in \mathbb{R}$  und  $\varphi \in C_c^\infty(\Omega)$ . Zeigen Sie: Für  $|\varepsilon| \ll 1$  ist  $F_\varepsilon$  eine reguläre Parametrisierung von  $S_\varepsilon = F_\varepsilon(\Omega)$ .