Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1 – Mathematik
Prof. Dr. M. Fuchs
Dr. Christian Tietz

Minimalflächen (WiSe 16/17)
Blatt 2

Aufgabe 1

Betrachten Sie Minimalflächen mit

$$\frac{\partial^2 f}{\partial u^2} \equiv 0.$$

Lösungen der Minimalflächengleichung dieser Gestalt haben die Form $f(u,v) = u\varphi(v) + \psi(v)$. Leiten Sie daraus die Gleichung

$$\left(\frac{\varphi'}{\varphi^2+1}\right)' \equiv 0$$

her und bestimmen Sie damit die allgemeine Darstellung solcher Minimalflächen.

Aufgabe 2

Sei S eine Fläche, $p \in S$ und F eine lokale Parametrisierung von S bei p mit $F(u_0, v_0) = p$. Zeigen Sie:

(a) T_pS ist ein zweidimensionaler Unterraum von $\mathbb{R}^3$, genannt Tangentialebene an die Fläche in p.

(b) T_pS wird aufgespannt von den beiden linear unabhängigen Vektoren $\partial_u F(u_0, v_0)$ und $\partial_v F(u_0, v_0)$, also
$$T_pS = DF(u_0, v_0)(\mathbb{R}^2).$$

Aufgabe 3

Sei $F : \Omega \to \mathbb{R}^3$ eine Parametrisierung von $S = F(\Omega)$. Man setzt für $(u,v) \in \Omega$

$$N(u,v) := \frac{\partial_1 F \times \partial_2 F}{|\partial_1 F \times \partial_2 F|}(u,v) \quad \text{sowie}$$
$$F_\varepsilon(u,v) := F(u,v) + \varepsilon\varphi(u,v)N(u,v)$$

für $\varepsilon \in \mathbb{R}$ und $\varphi \in C_0^\infty(\Omega)$. Zeigen Sie: für $|\varepsilon| \ll 1$ ist F_ε eine reguläre Parametrisierung von $S_\varepsilon := F_\varepsilon(\Omega)$.

Abgabe: keine.