Korrektur

Beispiel 1 : $(1 < b < 2)$

$$u : (-1,1) \ni x \mapsto \begin{cases} x^b \sin 1/x & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ u(-x) & , x < 0 \end{cases}$$

sollte zeigen: Es gibt Funktionen u, die überall eine klassische Ableitung haben, aber $u' \in L^1_{loc}$ nicht erfüllen. Dann kann u nicht AC sein, denn es gilt

Satz (Hewitt-Stromberg, (d) auf p. 299):

$v : I \to \mathbb{R}$ stetig und v' existiert bis auf abzählbar viele Ausnahmepunkte mit $v' \in L^1_{loc}(I) \Longrightarrow v \in AC(I)$.

Im Beispiel ist nun

$$|u'(x)| \le \text{const}\, |x|^{b-2}$$

für x nahe 0, also $u' \in L^1_{loc}(-1,1)$!

(d.h. $u \in AC$!)

<u>neues Beispiel</u> :

$$u : (-1,1) \ni x \mapsto \begin{cases} x^2 \cdot \sin(1/x^2), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

jetzt: $u'(0) = 0$, für $x \neq 0$ gilt

$$u'(x) = 2x \sin(1/x^2) - 2x^{-1} \cos(1/x^2)$$

und $x^{-1} \cos(1/x^2)$ <u>nicht</u> L^1 nahe 0

$$\Longrightarrow \quad u \notin AC(-1,1)$$