

Übungen zur Vorlesung
Höhere Mathematik für Ingenieure IV b (SoSe 2021)
Blatt 1

Abgabe bis Freitag den 30.4.21.

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Berechnen sie durch Grenzübergang im Differenzenquotienten die erste Ableitung der Funktion

(a) $f: \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C}, \quad z \mapsto \frac{1}{z}$

(b) $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, \quad z \mapsto z^n, \quad n \in \mathbb{N}$

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Es seien $z = 1 - i$ und $w = 3 + 4i$. Berechnen sie:

(a) $\operatorname{Re}(z \cdot w)$

(f) $\sqrt{1 + w}$

(b) $|w^7|$

(g) e^z

(c) $\overline{w \cdot \overline{w \cdot z}}$

(h) $\operatorname{Re}(e^{iw})$

(d) $\operatorname{Im} \frac{1}{z}$

(i) $\cosh(1 - z)$

(e) $\frac{w - i}{z}$

(j) $w\overline{w} - |w|^2$

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Seien $z_1, \dots, z_n \in \mathbb{C}$ beliebige komplexe Zahlen. Zeigen sie, dass

$$\sum_{i,j=1}^n z_i \overline{z_j} \geq 0$$

Aufgabe 4 (8 Punkte)

Bestimmen sie alle Punkte im jeweiligen Definitionsbereich, an denen die folgenden Funktionen komplex differenzierbar sind:

(a) $f_1: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, \quad x + iy \mapsto y^2 \sin x + iy$

(b) $f_2: \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C}, \quad x + iy \mapsto \frac{x}{y} + ixy$

(c) $f_3: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, \quad x + iy \mapsto x^2 - iy^2$

(d) $f_4: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, \quad x + iy \mapsto x^3 - 3xy^2 + i(3x^2y - y^3)$