

Übungen zur Vorlesung
Höhere Mathematik für Ingenieure IV b (SoSe 2021)
Blatt 5

Abgabe bis Freitag den 25.6.21.

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Welche der folgenden Integrale haben den Wert 0 und welche nicht?

$$\begin{array}{ll} \text{i)} \int_{\kappa_2(2)} \frac{z^2 - 4}{z^2 - 1} dz, & \text{ii)} \int_{\kappa_2(0)} \frac{z}{z^2 - 4z + 3} dz, \\ \text{iii)} \int_{\kappa_2(3i)} \frac{z^2 + 4}{(2i - z)z} dz, & \text{iv)} \int_{\kappa_1(2i)} \frac{z^2 + 4}{(2i - z)^2 z^2} dz. \end{array}$$

Begründen Sie Ihre Antworten!

[Hinweis: Für $z_0 \in \mathbb{C}$, $r > 0$ definieren wir $\kappa_r(z_0): [0, 2\pi) \rightarrow \mathbb{C}$, $t \mapsto z_0 + re^{it}$.]

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Bestimmen Sie die Taylorreihen folgender Funktionen um den Entwicklungspunkt 0.

$$\text{i)} (2) \frac{z}{1 + z^3}, \quad \text{ii)} (2) \frac{e^{z^4} - 1}{z^3}, \quad \text{iii)} (2) \frac{1}{3 + 4i + z}.$$

Aufgabe 3 (4 + 4 Punkte)

Es sei

$$f: \mathbb{C} \setminus \{-i, -2\} \rightarrow \mathbb{C}, \quad z \mapsto \frac{2 + i + 2z}{(z + i)(2 + z)}.$$

- i) (1) Finden Sie Konstanten $A, B \in \mathbb{C}$, sodass $f(z) = A/(z + i) + B/(2 + z)$ für alle $z \in \mathbb{C} \setminus \{-i, -2\}$.
- ii) (1) Für welche $z \in \mathbb{C}$ konvergiert die Taylorreihe von f um den Entwicklungspunkt $z_0 = 1$?
- iii) (2) Berechnen Sie die Taylorreihe von f um den Entwicklungspunkt $z_0 = 1$.

Es sei

$$f: \mathbb{C} \setminus \{-4, 2\} \rightarrow \mathbb{C}, z \mapsto \frac{6z + 8}{(z + 4)(z - 2)}.$$

Berechnen Sie die Taylorreihe von f um den Entwicklungspunkt 0.