UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Jens Horn, M.Sc.
Dr. Dominik Schillo

Übungen zur Vorlesung
Mathematik für Studierende der Biologie und des Lehramtes Chemie
Wintersemester 2019/20

Blatt 4 (Gesamtpunktzahl: 20 (+2) P.) **Abgabetermin:** 20.12.2019, 12:00

Hinweis: Sie benötigen

- mindestens **10 Punkte** für **1 Bonuspunkt**,
- mindestens **16 Punkte** für **einen weiteren Bonuspunkt** (insg. **2 Bonuspunkte**).

Übung 1. 4 P.

Sei $t \in \mathbb{R}$ und sei

$$A_t = \begin{pmatrix} 2 & 2t & t \\ 0 & 2 & 2+t \\ 0 & 0 & t^2-3t \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie alle $t \in \mathbb{R}$, sodass A_t nicht invertierbar ist, und lösen Sie für diese Werte von t das lineare Gleichungssystem

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2t & t & 2 \\ 0 & 2 & 2+t & 4 \\ 0 & 0 & t^2-3t & 0 \end{array}\right).$$

Übung 2. 6 P.

Sei

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & 4 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4\times 4}.$$

(i) (3 P.) Entscheiden Sie mit Hilfe des Gaußalgorithmus, ob A invertierbar ist (siehe Vorlesung 6, Folien 10 und 11 (bis Anfang von Schritt 3)).

(ii) (3 P.) Berechnen Sie die Determinante von A mit Hilfe des Laplaceschen Entwicklungssatzes. Benutzen Sie diesen für (4×4)- und (3×3)-Matrizen.

Übung 3. 4 P.

Bestimmen Sie die Lösung des folgenden LGS mit Hilfe der Cramerschen Regel:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{array}\right).$$

(bitte wenden)

Übung 4. 6 P.

Betrachten Sie die folgenden Funktionen:

$$f\colon \left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right) \to \mathbb{R},\ x \mapsto \tan(x),$$
$$g\colon (0;\infty) \to \mathbb{R},\ x \mapsto \exp\left(-\frac{1}{x}\right),$$
$$h\colon (1;\infty) \to \mathbb{R},\ x \mapsto \ln(3(x-1)) + x^2.$$

(i) (1 P.) Bestimmen Sie $f'(x)$ für alle $x \in \left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$.

(ii) (2 P.) Bestimmen Sie $g'(x)$ und $g''(x)$ für alle $x \in (0;\infty)$.

(iii) (3 P.) Bestimmen Sie $h'(x)$, $h''(x)$ und $h'''(x)$ für alle $x \in (1;\infty)$.

Übung 5. (+2 P.)

Sei

$$A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie mit Hilfe des Laplaceschen Entwicklungssatzes, dass die Regel von Sarrus gilt, d.h.

$$\det(A) = a \cdot e \cdot i + b \cdot f \cdot g + c \cdot d \cdot h - g \cdot e \cdot c - h \cdot f \cdot a - i \cdot d \cdot b.$$