Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1 – Mathematik
Prof. Dr. Martin Fuchs
Jens Horn, M.Sc.

Minimalflächen (WS 2022/23)
Blatt 3

Aufgabe 1

Seien S eine Fläche, $p \in S$ und F eine lokale Parametrisierung von S bei p mit $F(u_0) = p$. Zeigen Sie:

1. Zeigen Sie, dass
$$T_pS = DF(u_0)(\mathbb{R}^2) = \mathrm{Bild}(DF(u_0)).$$
2. T_pS ist ein zweidimensionaler Unterraum von $\mathbb{R}^3$, genannt Tangentialebene an die Fläche in p.
3. T_pS wird aufgespannt von den beiden linear unabhängigen Vektoren $\partial_1 F(u_0)$ und $\partial_2 F(u_0)$.

Aufgabe 2

Sei $F\colon \Omega \to \mathbb{R}^3$ eine Parametrisierung von $S = F(\Omega)$. Man setzt für $(u,v) \in \Omega$

$$N(u,v) = \frac{\partial_1 F \times \partial_2 F}{|\partial_1 F \times \partial_2 F|}(u,v) \quad \text{und} \quad F_\varepsilon(u,v) = F(u,v) + \varepsilon\varphi(u,v)N(u,v)$$

für $\varepsilon \in \mathbb{R}$ und $\varphi \in C_c^\infty(\Omega)$. Zeigen Sie: Für $|\varepsilon| \ll 1$ ist F_ε eine reguläre Parametrisierung von $S_\varepsilon = F_\varepsilon(\Omega)$.