Universität des Saarlandes
FR 6.1, Mathematik
Prof. Dr. E.-U. Gekeler
Dipl.-Math. Alice Keller

5. Übung zur Algebra 1, WS 04/05

Aufgabe 1: (*5 Punkte*) Seien p eine Primzahl und $\sigma, \tau \in S_p$, wobei σ ein p-Zykel und τ eine Transposition ist.
Zeigen Sie: S_p wird von σ und τ erzeugt!
Gilt dies auch für ein beliebiges n?

Aufgabe 2: (*5 Punkte*) Bestimmen Sie eine Normalreihe der S_4!

Aufgabe 3: (*15 Punkte*) Beschreiben Sie die Konjugationsklassen von
(i) S_4,
(ii) S_5,
(iii) S_n für beliebiges $n \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 4: (*15 Punkte*) Sei G eine endliche Gruppe und $H \neq G$ eine Untergruppe von G. Weiter sei $X := \{gH \mid g \in G\}$. Zeigen Sie:
(i) G operiert auf X durch Linksmultiplikation.
(ii) Ist $|G|$ kein Teiler von $|G:H|!$, dann enthält H einen echten Normalteiler von G.
(iii) Gilt zusätzlich $|G:H| = p$ und p der kleinste Primteiler von $|G|$, dann ist H Normalteiler von G.
(iv) In einer Gruppe der Ordnung 99 ist jede Untergruppe der Ordnung 11 Normalteiler.
Hinweis: Teil *(ii)* ist ein eleganter und häufig anwendbarer Existenzsatz für Normalteiler.

Abgabe am 25.11.04 vor der Vorlesung