Universität des Saarlandes
FR 6.1, Mathematik
Prof. Dr. E.-U. Gekeler
Dipl.-Math. Alice Keller

10. Übung zur Algebra 1, WS 04/05

Für jede Primzahl p ist $\mathbb{F}_p := \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ der Körper mit p Elementen.

Aufgabe 1: (*30 Punkte*) Gegeben ist ein Körper K und ein Polynom $f(X) \in K[X]$. Bestimmen Sie den Zerfällungskörper von f über K und den Grad der Erweiterung.

	K	$f(X) \in K[X]$
(i)	$\mathbb{Q}$	$X^5 - 1$
(ii)	$\mathbb{Q}$	$X^4 + X^2 + 1$
(iii)	$\mathbb{Q}$	$X^3 - 8$
(iv)	$\mathbb{Q}$	$X^3 - 2$
(v)	$\mathbb{Q}(i)$	$X^3 - 2$
(vi)	$\mathbb{Q}$	$(X^3 - 2)(X^2 - 3)$
(vii)	$\mathbb{Q}$	$X^4 - 5X^2 + 6$
$(viii)$	$\mathbb{Q}$	$X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$
(ix)	$\mathbb{Q}$	$X^4 - 6X^2 + 5$
(x)	$\mathbb{Q}$	$X^4 - 11$
(xi)	$\mathbb{Q}(\sqrt{2})$	$X^4 - 2$
(xii)	$\mathbb{F}_2$	$X^3 + X + 1$
$(xiii)$	$\mathbb{F}_5$	$X^2 - 3$

Aufgabe 2: (*10 Punkte*) Welche der folgenden Körpererweiterungen sind normal?

$$\mathbb{Q}(i+\sqrt{2})|\mathbb{Q}\ , \quad \mathbb{Q}(\sqrt{2},\sqrt{3},\sqrt{7})|\mathbb{Q}\ , \quad \mathbb{Q}(\sqrt[3]{7})|\mathbb{Q}\ , \quad \mathbb{Q}(\sqrt[4]{2})|\mathbb{Q}(\sqrt{2})\ , \quad \mathbb{F}_3(\alpha)|\mathbb{F}_3\ ,$$

wobei α eine Nullstelle von $X^3 + 2X + 1$ ist.

Abgabe am 13.01.05 vor der Vorlesung

Wir wünschen Ihnen

Frohe Weihnachten und ein gutes Neues Jahr!