Universität des Saarlandes
FR 6.1, Mathematik
Prof. Dr. E.-U. Gekeler
Dipl.-Math. Alice Keller

11. Übung zur Algebra 1, WS 04/05

Aufgabe 1: (*10 Punkte*) Sei K ein Körper und X eine Unbestimmte. Zeigen Sie:

(i) Für jeden K-Automorphismus σ des Polynomringes $K[X]$ gilt $\sigma(X) = aX + b$ mit $a \in K^*$ und $b \in K$.
Umgekehrt bestimmt jedes Paar $(a, b) \in K^* \times K$ eindeutig einen K-Automorphismus.

(ii) Für jeden Automorphismus τ des Funktionenkörpers $K(X)$ gilt

$$\tau(X) = \frac{aX + b}{cX + d} , \quad a, b, c, d \in K \text{ mit } ab - cd \neq 0 ,$$

und umgekehrt bestimmt jede rationale Funktion $X \mapsto \frac{aX+b}{cX+d}$ einen K-Automorphismus von $K(X)$.

Aufgabe 2: (*5 Punkte*) Sei $L|K$ eine endliche Körpererweiterung, deren Grad teilerfremd zur Charakteristik von K ist. Zeigen Sie, daß $L|K$ dann separabel ist.

Aufgabe 3: (*5 Punkte*) Sei $L|K$ eine Körpererweiterung und $f, g \in K[X]$. Zeigen Sie, daß die *ggT* von f und g in $K[X]$ und $L[X]$ übereinstimmen.

Aufgabe 4: (*20 Punkte*) (vgl. Aufgabe 1, Blatt 10)
Geben Sie die K-Automorphismen des Zerfällungskörpers von f an.

	K	$f(X) \in K[X]$
(vi)	$\mathbb{Q}$	$(X^3 - 2)(X^2 - 3)$
(viii)	$\mathbb{Q}$	$X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$
(xi)	$\mathbb{Q}(\sqrt{2})$	$X^4 - 2$
(xii)	$\mathbb{F}_2$	$X^3 + X + 1$

Abgabe am 20.01.05 vor der Vorlesung