Universität des Saarlandes
FR 6.1, Mathematik
Prof. Dr. E.-U. Gekeler
Dipl.-Math. Alice Keller

13. Übung zur Algebra 1, WS 04/05

Aufgabe 1: (*10 Punkte*) Sei $p \in \mathbb{P}$ und $f \in \mathbb{Q}[X]$ ein irreduzibles Polynom vom Grad p. Zeigen Sie:

(i) Enthält die Galoisgruppe von f ein Element der Ordnung p und eine Transposition, so ist sie S_p.

(ii) Hat f nur zwei nicht reelle Nullstellen in $\mathbb{C}$, dann ist die Galoisgruppe von f die Gruppe S_p.

Aufgabe 2: (*20 Punkte*) Sei $f = X^2 + 1 \in \mathbb{F}_3[X]$ und α eine Nullstelle von f. Stellen Sie die Elemente von $\mathbb{F}_3(\alpha)$ dar

(i) als algebraische Ausdrücke in α,

(ii) durch ein Repräsentantensystem von Äquivalenzklassen von Polynomen und

(iii) durch geeignete Matrizen über $\mathbb{F}_3$.

(iv) Geben Sie die Isomorphismen zwischen diesen Darstellungen an.

(v) Geben Sie die Nullstellen von X^2+2 und X^2+X+2 bezüglich der Darstellung aus *(i)* an.

Aufgabe 3: (*10 Punkte*) Konstruieren Sie einen Körper K mit 125 Elementen und geben Sie eine Basis von K über seinem Primkörper $\mathbb{F}_5$ an. Hat $X^2 + X + 1$ in diesem Körper eine Nullstelle?

Abgabe am 03.02.05 vor der Vorlesung