

Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1, Mathematik
Prof. Dr. Ernst-Ulrich Gekeler
M.Sc. Philipp Stopp



4. Übung zu Algebra, SS 2012

Aufgabe 1. (10 Punkte)

Das Polynom $f(X) = X^p - X + a$ mit $0 \neq a \in \mathbb{F}_p$ ist in $\mathbb{F}_p[X]$ irreduzibel.

Aufgabe 2. (10 = 1 + 5 + 4 Punkte)

Es sei $f(X) = X^3 + aX + b \in K[X]$ irreduzibel mit Koeffizienten a, b in einem Körper K der Charakteristik $\neq 2$ und den drei (nicht notwendig verschiedenen) Nullstellen x_1, x_2, x_3 im algebraischen Abschluß \bar{K} von K .

Die *Diskriminante* $D(f)$ ist definiert als $D(f) = (x_1 - x_2)^2(x_1 - x_3)^2(x_2 - x_3)^2$.

Zeigen Sie:

- (i) $D(f) \in K$;
- (ii) Die Galois-Gruppe $G = \text{Gal}(f)$ ist genau dann in A_3 enthalten, wenn $D(f)$ in K ein Quadrat ist;
- (iii) Es gilt: $D(f) = -4a^3 - 27b^2$.

Aufgabe 3. (20 Punkte)

Diskutieren Sie die Galoisgruppe $G = \text{Gal}(f)$ von $f(X) = X^5 - X + a$ über \mathbb{Q} , mit einer beliebigen Zahl $a \in \mathbb{Z}$.

Abgabe am 16.05.2012 vor der Vorlesung