UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Prof. Dr. Ernst-Ulrich Gekeler
Dipl.-Math. Michael Wernet

Übungen zur Vorlesung Analysis I

Sommersemester 2014

Blatt 12 Abgabetermin: 16.07.2014

Aufgabe 49 (2+2+2+2+3=11 Punkte)

Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen f_i $(i = 1, \dots, 5)$ den natürlichen Definitionsbereich D_i, untersuchen Sie, für welche $x \in D_i$ die Funktion f_i differenzierbar ist und bestimmen Sie die Ableitung $f_i'(x)$. Ist f_i' stetig?

(i) $f_1(x) = |x^3|$,

(ii) $f_2(x) = \frac{\sin(\exp(x))}{\sqrt{x+1}}$,

(iii) $f_3(x) = (x^2 + 3x - 7)\frac{\sin(x)}{\cos(x)}$,

(iv) $f_4(x) = \pi^x$,

(v) $f_5(x) = \begin{cases} x^3 & ; \ x \geq 0 \\ -e^3 x^2 & ; \ x < 0 \end{cases}$.

Aufgabe 50 (5+8=13 Punkte)

Bestimmen Sie den Grenzwert

$$\lim_{x \to 0} \frac{\left(1 + x^2\right)^{2014} - \left(1 - x^2\right)^{2014}}{\cos(e^x - 1) - 1}$$

(i) mit Hilfe des Satzes von de l'Hospital,

(ii) mit Hilfe geeigneter Taylorreihenentwicklungen.

(*Hinweis: Verwenden Sie Beispiel 5.10.*)

Aufgabe 51 (5+5=10 Punkte)

Zeigen Sie für alle $x > 0$ die Abschätzungen

(i) $\log(x) \leq x - 1$,

(ii) $\frac{1}{x+1} \leq \log(x+1) - \log(x) \leq \frac{1}{x}$.

(bitte wenden)

Aufgabe 52 **(3+3=6 Punkte)**

(i) Seien $a_1, \ldots, a_n \in \mathbb{R}$. Bestimmen Sie $x \in \mathbb{R}$ so, dass $f(x) = \sum_{j=1}^{n} (a_j - x)^2$ minimal wird.

(ii) Sei $a \in \mathbb{R}$. Bestimmen Sie $x, y \in \mathbb{R}$ mit $x + y = a$ so, dass $x \cdot y$ maximal wird.

Hinweis:

Bitte beachten Sie, dass die Anmeldefristen zu den Klausuren am 21.07.2014 (für den ersten Termin) bzw. 08.10.2014 (für den zweiten Termin) enden. Bitte melden Sie sich rechtzeitig an, eine nachträgliche Anmeldung ist **nicht** möglich.