

Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1, Mathematik
Prof. Dr. Ernst-Ulrich Gekeler
M.Sc. Philipp Stopp



**5. Übung zu Einführung in die Algebra und Zahlentheorie,
WS 2015/2016**

Aufgabe 1. (10 Punkte)

Bestimmen Sie die Anzahl verschiedener Perlenketten, die man aus drei weißen und sechs roten Perlen bilden kann.

Hinweis: Verwenden Sie das Lemma von Burnside und die Operation einer geeigneten Gruppe auf der Menge aller Belegungen von 9 Stellen mit 3 weißen und 6 roten Perlen.

Aufgabe 2. (10 Punkte)

Berechnen Sie die abgeleitete Reihe $(D^i(G))_{i=0,1,\dots}$ von $G = S_4$.

Aufgabe 3. (5 + 5 = 10 Punkte)

(i) Zeigen Sie (ohne Verwendung des Satzes von Burnside (4.10)): Gruppen der Ordnung $n = 100$ sind auflösbar.

(ii) Geben Sie 10 Beispiele für $n = p^\alpha q^\beta$ ($p, q \in \mathbb{P}, \alpha + \beta \geq 3$), für die das Argument von (i) anwendbar ist.

Aufgabe 4. (10 Punkte)

Es sei G die Gruppe $GL(n, \mathbb{F}_p)$, mit $n \geq 2$ und einer Primzahl p , sowie U die p -Sylow-Untergruppe der strikten oberen Dreiecksmatrizen in G .

Berechnen Sie die Zahl aller p -Sylow-Gruppen in G .

Hinweis: Berechnen Sie den Normalisator $N_G(U)$.

**Abgabe bis Donnerstag, den 26.11.2015
vor der Vorlesung in die Briefkästen**