Universität des Saarlandes
FR 6.1, Mathematik
Prof. Dr. E.-U. Gekeler
Dipl.-Math. Alice Keller

1. Übung zur elementaren Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik, SS 04

Präsenzaufgaben

Aufgabe 1: Sei Ω ein Wahrscheinlichkeitsraum und $P : \mathcal{P}(\Omega) \longrightarrow [0,1]$ eine Wahrscheinlichkeitsverteilung. Für beliebige Ereignisse $A_1, A_2, \ldots A_m$ definieren wir

$$S_k := \sum_{\{i_1,i_2,\ldots,i_k\} \subset \{1,2,\ldots m\}} P(A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \ldots \cap A_{i_k}) \ .$$

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion die Formel

$$P\left(\bigcup_{1 \leq i \leq m} A_i \right) = S_1 - S_2 + S_3 - \ldots + (-1)^{m+1} S_m$$

für beliebige Ereignisse $A_1, \ldots, A_m$.

Aufgabe 2: Bestimmen Sie die Zahl aller Surjektionen von $\mathbb{A}_m$ nach $\mathbb{A}_n$.

Aufgabe 3: Ein Prüfer hat 18 Standardfragen, von denen er in jeder Prüfung zufällig sechs auswählt. Ein Kandidat kennt die Antwort auf zehn Fragen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß er die Prüfung besteht, wenn er dazu wenigstens drei Fragen richtig beantworten muß?

Hinweise zum Übungsbetrieb

- Jedes Übungsblatt ist 40 Punkte wert.
- Abgabe ist stets montags vor der Vorlesung (ausgenommen Pfingstmontag).
- In den Übungen besteht Anwesenheitspflicht. Dreimaliges unentschuldigtes Fehlen führt zur Nichtzulassung zur Klausur.
- Es wird eine aktive Teilnahme erwartet. Insbesondere muß jede/r wenigstens eine eigene Lösung präsentieren.
- Jede/r muß einen eigenen Lösungsvorschlag für jede Aufgabe, auf die er oder sie Punkte haben möchte, abgeben. Hat er oder sie in einer Gruppe mitgearbeitet, sollte dies bei der Lösung vermerkt werden.

Poker

Ein Standardbeispiel, das in den Aufgaben variiert werden wird, ist Poker. Daher kurz einige wichtige Spielregeln:
Ein Deck (=Kartensatz) beim Poker besteht aus den Karten $2, 3, \ldots, 10$, Bube, Dame, König, Ass jeweils in den Farben Caro, Herz, Pik, Kreuz.
Ein Blatt besteht aus jeweils fünf Karten.
Wir einigen uns auf die Spielregel, daß einmal beliebig viele Karten ausgetauscht werden. Jeder Tausch einer Karte kostet aber einen Batzen.
Getauschte Karten sind aus dem Spiel, werden also nicht zurückgelegt.
Gewinnbringende Blätter sind in aufsteigender Reihenfolge:

1. ein Paar = zwei gleiche Karten (verschiedener Farben)
2. zwei Paare
3. ein Drilling = drei gleiche Karten (verschiedener Farben)
4. eine Straße = fünf Karten in aufsteigender Reihenfolge (Farben beliebig)
5. ein Flush = alle Karten haben die gleiche Farbe (beliebige Werte)
6. ein Full House = ein Paar und ein Drilling
7. ein Vierling = vier gleiche Karten (verschiedener Farben)
8. ein Straight Flush = ein Flush und eine Straße zugleich

Innerhalb dieser Reihenfolge werden die Blätter aufsteigend nach Kartenwert und dann nach Farbe geordnet.

abzugebende Übungsaufgaben

Aufgabe 4:(*10 Punkte*)

(i) Wie wahrscheinlich ist es beim Poker, ein Paar auf die Hand zu bekommen (ohne eine Karte getauscht zu haben)?

(ii) Sie haben bereits vier Karten in Herz. Wie wahrscheinlich ist ein Flush beim Tausch einer Karte?

Aufgabe 5:(*10 Punkte*) Ein Würfel wird 7 mal geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß jede der Ziffern $1, 2, \ldots, 6$ unter den Wurfergebnissen vorkommt?

Aufgabe 6:(*10 Punkte*) Die Ecken eines Würfels sind gleichmäßig so abgeschliffen worden, daß der Würfel auch auf den Ecken liegen bleiben kann. Allerdings ist die Wahrscheinlichkeit jeder Ecke nur $\frac{1}{4}$ so groß wie die jeder Seite. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit einer 6?

Aufgabe 7:(*10 Punkte*) Nehmen Sie durch Berechnung der jeweiligen Wahrscheinlichkeiten Stellung zu dem folgenden Argument:
Beim dreimaligen Würfeln sind die Ereignisse „Die Augensumme ist 11“ und „Die Augensumme ist 12“ gleich wahrscheinlich, weil beide Summen auf genau sechs verschiedene Arten dargestellt werden können.
Bestimmen Sie zunächst die verschiedenen Zerlegungen von 11 und 12.

Abgabe am 03.05.2004 vor der Vorlesung