Universität des Saarlandes
FR 6.1 Mathematik
Prof. Dr. E.-U. Gekeler

Klausur zur Elementaren Zahlentheorie, SS 2003
25.07.2003

Hinweise zur Klausur:

a) Die Klausur dauert von $11^{15} - 13^{15}$.

b) Es können maximal 60 Punkte erreicht werden. Sie sollten mindestens 20 Punkte erreichen.

c) Auf dieses Deckblatt schreiben Sie bitte **leserlich** (am besten in Druckbuchstaben) Ihren Namen, Ihren Vornamen, Ihr Geburtsdatum **und Ihre Matrikelnummer. Unterschreiben Sie hier Ihre Klausur, und geben Sie dieses Blatt mit Ihrer Klausur ab !**

d) Legen Sie Ihren Studierendenausweis und den Personalausweis griffbreit zur Kontrolle auf Ihre Bank.

e) **Versehen Sie jedes Blatt , das Sie abgeben, mit Ihrem Namen.**

f) **Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt.**

g) **Kreuzen Sie in der Tabelle jede von Ihnen bearbeitete Aufgabe an.**

h) Versehen Sie auch ihre Schmierblätter mit Namen und geben Sie sie ab.

i) In den letzten 15 Minuten der Klausur darf nicht mehr abgegeben werden.

Name : .... Vorname : ....

Geb. Datum : .... Matr.Nr : ....

Unterschrift : ....

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Summe	Note
bearbeitet								
Punkte								

Universität des Saarlandes
FR 6.1 Mathematik
Prof. Dr. E.-U. Gekeler

Klausur zur Elementaren Zahlentheorie, SS 2003
25.07.2003

Aufgabe 1:(*10 Punkte*)

a) (3 Pkt.) Berechnen Sie 3^{1000} mod 7.

b) (4 Pkt.) Geben Sie das multiplikative Inverse von $\bar{6}$ in $\mathbb{Z}/91\mathbb{Z}$ an.

c) (3 Pkt.) Geben Sie alle ganzzahligen Lösungen der Gleichung $x^2 - 11 = 0 \bmod 77$ an.

Aufgabe 2:(*10 Punkte*)

a) (6 Pkt.) Zeigen Sie, daß jede natürliche Zahl n Teiler einer natürlichen Zahl der Form $2^a(2^b - 1)$ mit passend gewählten $a, b \in \mathbb{N}_0$, $b \neq 0$ ist.

b) (4 Pkt.) Geben Sie passende a, b für $n = 36$ und $n = 200$ an.

Aufgabe 3:(*10 Punkte*)

a) (4 Pkt.) Berechnen Sie das quadratische Symbol $\left(\frac{37}{113}\right)$.

b) (6 Pkt.) Für welche Primzahlen p mit $110 \leq p \leq 130$ hat das Polynom $f(x) = x^2 + 7x + 3$ zwei verschiedene Nullstellen modulo p?

Aufgabe 4:(*10 Punkte*) Sei l die Länge der Dezimalentwicklung der Zahl (1000!). Welcher der folgenden Werte liegt am nächsten an l: 500, 1000, 1500, 2000, 2500, 3000, 3500, 4000, 4500, 5000, 5500, 6000, 6500, 7000 ? (Verwenden Sie $\log(10) \approx 2,3$.)

Aufgabe 5:(*10 Punkte*)

a) (4 Pkt.) Gegen welchen Wert konvergiert die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^8}$?

b) (6 Pkt.) Berechnen Sie $\sum_{k=20}^{39} k^3$.

Aufgabe 6:(*10 Punkte*)

a) (4 Pkt.) Zeigen Sie, daß für $x \in \mathbb{R}_{>1}$

$$\sum_{n \leq x} \mu(n) \left[\frac{x}{n}\right] = 1$$

gilt.

b) (6 Pkt.) Zeigen Sie: Ist die Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{C}$ schwach multiplikativ, so auch $g : \mathbb{N} \to \mathbb{C}$, $g(n) = \sum_{d|n} f(d)$.