



0. Übung zur elementaren Zahlentheorie, SS 2003

Aufgabe 1: (10 Punkte) Wieviele ganze positive Teiler hat die Zahl 4 000 000 ?

Aufgabe 2: (10 Punkte)

- Zeigen Sie, daß 401 eine Primzahl ist.
- Kürzen Sie den Bruch $\frac{29205}{19305}$ vollständig.
- Es ist 14 Uhr. Wieviel Uhr wird es in 337 Stunden sein?

Aufgabe 3: (20 Punkte) Zu einem $m \in \mathbb{Z}$ ist die Menge $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ definiert durch

$$\mathbb{Z}/m\mathbb{Z} := \{a + m\mathbb{Z} \mid a \in \mathbb{Z}\} \quad .$$

Ist aus dem Zusammenhang das m klar, so wird $a + m\mathbb{Z}$ als \bar{a} abgekürzt. Ist $a + m\mathbb{Z} = b + m\mathbb{Z}$, so schreibt man auch $a \equiv b \pmod{m}$. Aus der Linearen Algebra I,II ist bekannt, daß $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ mit den Verknüpfungen

$$\begin{aligned} \bar{a} + \bar{b} &:= \overline{a + b} \\ \bar{a} \cdot \bar{b} &:= \overline{a \cdot b} \end{aligned}$$

einen Ring bildet.

- Welche der folgenden Zuordnungen sind wohldefiniert? (Begründen Sie ihre Antwort.)
 - $f_1 : \mathbb{Z}/12\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}, \quad \bar{n} \mapsto e^{n \cdot \frac{\pi}{6} i},$
 - $f_2 : \mathbb{Z}/12\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}, \quad \bar{n} \mapsto 2^n,$
 - $f_3 : \mathbb{Z}/12\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}, \quad \bar{n} \mapsto \sin(n),$
 - $f_4 : \mathbb{Z}/12\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}/6\mathbb{Z}, \quad n + 12\mathbb{Z} \mapsto n + 6\mathbb{Z},$
 - $f_5 : \mathbb{Z}/12\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}/8\mathbb{Z}, \quad n + 12\mathbb{Z} \mapsto n + 8\mathbb{Z},$
 - $f_6 : \mathbb{Z}/12\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}/24\mathbb{Z}, \quad n + 12\mathbb{Z} \mapsto n + 24\mathbb{Z}.$
- Welche der folgenden Aussagen ergeben einen Sinn ? Welche der Aussagen, die einen Sinn ergeben, sind korrekt ? (Begründen Sie Ihre Antworten.)
 - $\bar{5} \equiv \overline{25} \pmod{10},$
 - $5 \equiv 25 \pmod{10},$
 - $3 \in \mathbb{Z}/10\mathbb{Z},$
 - $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z} \subset \mathbb{Z}/4\mathbb{Z},$
 - $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z} \subset \mathbb{Z}/6\mathbb{Z},$
 - $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z} \subset \mathbb{Z}/(-3)\mathbb{Z},$
- Geben sie für $\overline{32} \in \mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$ die Menge $\{k \in \overline{32} \mid |k| < 50\}$ an.

Organisatorisches zur Vorlesung

Zum Scheinerwerb wird am Ende des Sommersemesters eine Klausur angeboten. Bei Bedarf wird es zu Beginn des Wintersemesters eine Nachklausur oder mündliche Prüfungen geben.

An der Klausur darf teilnehmen, wer regelmäßig an den Übungen teilgenommen, mindestens 50 Prozent der möglichen Übungspunkte erreicht und wenigstens einmal an der Tafel vorgerechnet hat.

Die Klausur wird voraussichtlich am Freitag, dem 25. Juli 2003 (dem letzten Vorlesungstag) von 11-13 Uhr stattfinden.

Die Einteilung der Übungsgruppen wird am Montag (28.04.03) ausgehangen. Die Übungen starten bereits nächste Woche (28.04.03 - 02.05.03).

Die Übungsblätter werden Freitags vor der Vorlesung ausgeteilt, und am folgenden Freitag **vor** der Vorlesung eingesammelt.

Abgabe am 02. Mai 2003 vor der Vorlesung