



## Übung 14

Bei den letzten beiden der vier Übungsaufgaben sollen Sie die Hilfe eines Computers in Anspruch nehmen. Falls Sie keinen Zugang zu einem der Rechner der Mathematik haben, können Sie in Zimmer 217 des Mathegebäudes einen entsprechenden Zugangscodex erhalten. Auf den Rechnern der Mathematik ist insbesondere das Programm *Maple* installiert, was für unsere Zwecke völlig ausreichend ist.

**Aufgabe 1.** (10 Punkte) Sie haben genügend viele rote und weiße rechteckige Stoffstücke der Größe 20 cm mal einem Meter zur Verfügung. Sie wollen eine Fahne mit zwei Meter Länge und einem Meter Breite nähen, indem Sie 10 der Stoffstücke an den langen Seiten aneinander fügen. Wieviele wesentlich verschiedene Fahnen mit 4 weißen und 6 roten solcher Stoffstücke können Sie bilden? Benutzen Sie Polya Abzählung um dies zu beantworten. Welche Gruppe operiert auf welcher Menge? Wie sieht der entsprechende Zyklenzeiger aus? Wie kommt Satz 12.4 zum Einsatz?

**Aufgabe 2.** (10 Punkte) Auf ein 40 x 40 cm<sup>2</sup> Holzbrett hat Jonathan 64 weiße 5x5 cm<sup>2</sup> Kacheln geklebt. Die Kacheln überdecken das Holzbrett vollständig. Auf wieviele wesentlich verschiedene Weisen (d.h. modulo Bewegungen in der Brettebene) kann er 8 identische Spielsteine auf 8 der Felder seines Spielbrettes stellen? Nutzen Sie wieder Polya Abzählung um diese Frage zu klären.

**Aufgabe 3.** (10 Punkte) Wieviele verschiedene (geschlossene) Halsketten mit 28 Perlen kann man mit 4 roten, 8 weißen und 16 blauen bzw. mit 9 roten, 9 weißen und 10 blauen Perlen bilden? (Dabei seien natürlich Perlen gleicher Farbe ununterscheidbar) Nutzen Sie den Computer in Verbindung mit der Polya Theorie, um dies auszurechnen. Beschreiben Sie kurz wie Sie vorgegangen sind, um Ihr Ergebnis zu erhalten.

**Aufgabe 4.** (10 Punkte) Es sei  $G$  der Petersen-Graph, d.h. der Graph aus Aufgabe 4 auf dem Übungsblatt 11. Benutzen Sie den Computer, um auszurechnen, auf wieviele wesentlich verschiedene Weisen man 3 bzw. 4 bzw. 5 der Knoten von  $G$  mit rot und die restlichen Knoten blau färben kann (dabei sind natürlich zwei Färbungen wie oben von  $G$  als wesentlich verschieden anzusehen, wenn die eine nicht durch einen Automorphismus von  $G$  in die andere überführt werden kann).

(Hinweis: Nutzen Sie Polya Abzählung und verwenden Sie, dass Sie  $G$  auch als  $(V = \mathfrak{P}_2(\mathbb{N}_5), E = \{\{e, e'\} \in \mathfrak{P}_2(V) : e \cap e' = \emptyset\})$  realisieren können und dass Sie  $\text{Aut}(G) \simeq S_5$  auf natürliche Weise durch die Operation der  $S_5$  auf den Knoten Ihrer Realisierung von  $G$  erhalten)

**Abgabe:** Donnerstag den 08.02.2007 (vor der Vorlesung)

**Homepage:** <http://www.math.uni-sb.de/ag/gekeler/LEHRE/Kombinatorik/KombinatorikWS06.html>