



Mathematik für Studierende der Biologie  
und des Lehramtes Chemie

Wintersemester 2009/2010

---

Blatt 10

---

**Aufgabe 44**

(5+5=10 Punkte)

- (a) Begründen Sie, dass die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + e^x$$

eine Umkehrfunktion  $f^{-1}$  besitzt. Bestimmen Sie  $(f^{-1})'(1)$ .

*Hinweis:* Die Lösung der Gleichung  $x + e^x = 1$  können Sie leicht erraten.

- (b) Die Funktion

$$\arcsin : [-1, 1] \rightarrow \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

ist die Umkehrfunktion von  $\sin : \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow [-1, 1]$ . Berechnen Sie die Ableitung von  $\arcsin$  an den Stellen  $x_1 = -\frac{1}{2}$ ,  $x_2 = 0$  und  $x_3 = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ .

---

**Aufgabe 45**

(4+3+3=10 Punkte)

- (a) Der Energieverbrauch von Zugvögeln, die mit der Geschwindigkeit  $v > 0$  fliegen, wurde durch Pennycuik mit der Formel

$$E(v) = A\rho v + \frac{G}{B\rho} \frac{1}{v}$$

beschrieben. Hierbei ist  $\rho$  die Dichte der Luft,  $G$  das Gewicht des Vogels und  $A =$  angeströmte Fläche  $\cdot$  geometrischer Faktor.

Skizzieren Sie die Funktion  $E$  und bestimmen Sie das Minimum.

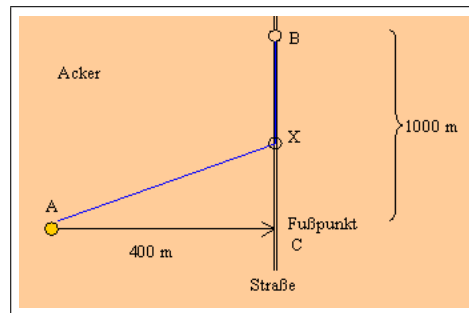
- (b) Der Energieverbrauch eines Wellensittichs im Flug in  $\frac{J}{g \cdot km}$  sei (in leichter Abwandlung der Formel aus (a)) durch die Formel  $E(v) = \frac{1}{v}(0.31(v - 35)^2 + 92)$  beschrieben. Dabei wird die Geschwindigkeit  $v$  in km/h gemessen. Welche Geschwindigkeit ist am energieeffizientesten?
- (c) Der Ertrag  $y$  einer Pflanzensorte wächst nicht beliebig mit der Düngung  $x$ , sondern gemäß dem Gesetz von Mitscherlich,

$$y = y_0(1 - e^{-kx}),$$

wobei  $y_0$  die maximale Kapazität und  $k$  die relative Wachstumskonstante ist. Wieviel Dünger müssen Sie einsetzen, um Ihren Gewinn  $G = c_1y - c_2x$  zu maximieren? Dabei sind die Konstanten  $y_0, k, c_1, c_2$  alle positiv.

**Aufgabe 46****(5+5=10 Punkte)**

- (a) Bestimmen Sie die Seitenlängen  $a$  und  $b$  sowie den Flächeninhalt  $A$  desjenigen gleichschenkligen Dreiecks, das bei gegebenem Umfang  $U=9\text{cm}$  eine maximale Fläche enthält.
- (b) Ein Acker liegt an einer geradlinigen Straße. Ein Fußgänger befindet sich auf dem Acker im Punkt  $A$  und möchte möglichst schnell zu einem Punkt  $B$  auf der Straße gelangen. Der Fußpunkt  $C$  des Lotes von  $A$  auf die Straße hat von  $A$  die Entfernung  $400\text{m}$  und die Entfernung  $B$  nach  $C$  beträgt  $1000\text{m}$ . Auf der Straße kann sich der Fußgänger mit  $6\text{km/h}$  fortbewegen, auf dem Acker nur mit  $3.6\text{km/h}$ . Welchen Weg soll er einschlagen?

**Aufgabe 47****(2+2+2+2+2=10 Punkte)**

- (a) Berechnen sie die folgenden bestimmten Integrale:

(i)  $\int_0^4 (2x^2 - 3\sqrt{x}) dx$       (ii)  $\int_{-1}^1 e^{-2x} dx$

(iii)  $\int_1^2 \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{x-3} \right) dx$       (iv)  $\int_4^9 \sqrt{\frac{9}{x^3}} dx$

- (b) Welche Fläche liegt im Bereich zwischen  $0$  und  $\pi$  zwischen der  $x$ -Achse und der Sinusfunktion?

**Aufgabe 48****(3+3+2+2=10 Punkte)**

Berechnen Sie die folgenden Integrale

(a)  $\int_{-\pi}^{\pi} (\sin x \cdot x) dx$  (*Hinweis:* partielle Integration)

(b)  $\int_0^1 (e^x \cdot x^2) dx$  (*Hinweis:* partielle Integration)

(c)  $\int_2^4 (x \cdot \log(x^2 + 1)) dx$  (*Hinweis:* Substituieren Sie  $u(x) := x^2 + 1$ )

(d)  $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$  (*Hinweis:* Substituieren Sie  $u(x) := \arcsin(x)$ , also  $x = \sin(u)$ )

Bitte melden Sie sich zur Hauptklausur am 12.02. im LSF-System (HisPos) an.

**Abgabe:** Freitag, 15.01.2009 vor der Vorlesung