



### Übung 3 zur Vorlesung Mathematik für Naturwissenschaftler I (WS 07/08)

**Aufgabe 1.** (10 = 2+2+2+2+2 Punkte) Schreiben Sie die komplexen Zahlen

$$(2 - 3i) \cdot (-1 + 5i), \quad (1 + 2i)^6, \quad \frac{2 + 1i}{1 + 2i}, \quad 3 \cdot e^{i\pi/4}, \quad (1 + i)^5 \cdot (2 - 2i)^5 / 1024,$$

in der Form  $a + bi$  mit  $a, b \in \mathbb{R}$ .

**Aufgabe 2.** (10 = 5+5 Punkte) Bestimmen Sie alle Lösungen  $z \in \mathbb{C}$  (!) der folgenden Gleichungen:

- a)  $0 = z^2 - 2z + 2,$
- b)  $0 = z^3 - z^2 + 4z - 4.$

**Aufgabe 3.** (10 Punkte) Finden Sie numerische Werte mit 4 geltenden Ziffern<sup>1</sup> für alle 7 Werte  $z \in \mathbb{C}$  mit der Eigenschaft  $z^7 = 1$ !

**Aufgabe 4.** (10 = 1+6+3 Punkte) Es sei  $\zeta$  die komplexe Zahl auf dem Einheitskreis mit Realteil  $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$  und positivem Imaginärteil. Wir wollen ihr Argument bestimmen.

- a) Begründen Sie, dass der Imaginärteil von  $\zeta$  durch  $\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$  gegeben ist!
- b) Bestätigen Sie durch Nachrechnen, dass  $\zeta^5 = 1$  gilt.  
(Hinweis: Verwenden Sie hierzu den binomischen Lehrsatz!)
- c) Aus b) wissen wir nun: Unsere Zahl  $\zeta$  ist eine 5-te Einheitswurzel! In der Vorlesung wurden allgemein die n-ten Einheitswurzeln beschrieben. Demnach ist unsere Zahl  $\zeta$  eine der Zahlen  $e^{\frac{2\pi ik}{5}}$  mit  $k = 0, 1, 2, \dots, 4$ . Welche ist es? Was ist also das Argument von  $\zeta$  und was ist der entsprechende Winkel? Geben Sie den Sinus-Wert und den Cosinus-Wert für diesen Winkel an!

**Abgabe:** Freitag den 16.11.2007 (vor der Vorlesung)

<sup>1</sup>Z.B. durch Verwendung eines Taschenrechners, Computers oder einer Tafel.