



Übung 8 zur Vorlesung Mathematik für Naturwissenschaftler I (WS 07/08)

Aufgabe 1. (20 = (2+2+2+3+3+4)+(1+3) Punkte)

- a) Bestimmen Sie die Entwicklungspunkte und Konvergenzradien der folgenden reellen Potenzreihen anhand der Definitionen und Resultate aus der Vorlesung und den Übungen:

i) $\sum_{n=0}^{\infty} \binom{10}{n} x^n,$

ii) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{5^n} x^n,$

iii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^n},$

iv) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{\frac{n}{2}} (x+1)^n,$

v) $\sum_{n=0}^{\infty} n(n+1)x^n,$

vi) $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n (x-12)^{n^2}.$

- b) Jede der Potenzreihen in a)ii) und in a)v) kann innerhalb ihres Konvergenzintervalls durch eine rationale Funktion in x dargestellt werden. Bei der Potenzreihe $\sum x^k$ ist das z.B. $f(x) = \frac{1}{1-x}$. Bestimmen Sie diese Funktionen!

Aufgabe 2. (10 Punkte) Für $n \in \mathbb{N}$ und $x \in \mathbb{R}$ sei $f_n(x) := \sum_{m=0}^n \frac{(-1)^m}{(2m+1)!} x^{2m+1}$. Fertigen Sie eine Tabelle an, in der Sie für $x = \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}$ die Werte $f_1(x), f_2(x), f_3(x)$ und $\sin(x)$ auf 8 geltende Ziffern hinter dem Komma genau angeben. Für Ihre Berechnungen dürfen Sie einen Computer, einen Taschenrechner, oder ähnliche Hilfsmittel benutzen.

Aufgabe 3. (10 Punkte) Sie lassen sich ein zylinderförmiges Reagenzglas mit vorgegebenem Volumen $V > 0$ anfertigen. Sie wissen, dass der Wärmeverlust einer Flüssigkeit im gefüllten Glas umso höher ist, je größer die Oberfläche des betrachteten Zylinders ist. Sie sind an einem minimalen Wärmeverlust Ihrer Flüssigkeit interessiert. Welchen Radius $r = r(V)$ also sollte die Grundfläche Ihres Glases haben?

Abgabe: Freitag den 21.12.2007 (vor der Vorlesung)