Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1, Mathematik
Prof. Dr. Ernst-Ulrich Gekeler
Dipl.-Math. Bernd Mehnert

Übung 9
zur Vorlesung Mathematik für Naturwissenschaftler I (WS 07/08)

Aufgabe 1. *(15=1+2+2+3+3+2+2 Punkte)* Untersuchen Sie die folgenden Limites auf Existenz und berechnen Sie gegebenenfalls den Grenzwert:

a) $\lim_{t\to 0} \frac{e^t}{\cos(t)}$,

b) $\lim_{x\to\infty} \frac{\ln(x^2+1)}{\ln(x+17)}$,

c) $\lim_{x\mapsto -1} \frac{x^3-x^2+2}{5x+5}$,

d) $\lim_{\phi\to\infty} \frac{e^{(\phi^2+1)^{-\frac{1}{2}}}-1}{\sin\left(\frac{1}{2\phi+1}\right)}$,

e) $\lim_{\alpha\to 1} \frac{(\arctan(\alpha)-\frac{\pi}{4})\sin(\alpha-1)}{(\alpha-1)^2}$,

f) $\lim_{x\to 0} \frac{\cos(x)-1}{\sin(x)^2}$,

g) $\lim_{x\to 0} \frac{\sum_{k=2}^{\infty}(\frac{-1}{7})^n x^n}{\cos(x)-1}$.

Aufgabe 2. *(13 = 3 + 10 Punkte)* Innerhalb des "Zeitintervalls" $[0,1]$ werde eine Größe m durch die Funktion $m(t) = t^5+2t^2+3t-3$ mit $t \in [0,1]$ beschrieben. Sie sind nun besonders an Zeitpunkten t interessiert, wo Ihre Größe $m(t)$ verschwindet.

a) Begründen Sie, dass Ihre Funktion $m(t)$ die Voraussetzungen für das Newton-Verfahren aus der Vorlesung erfüllt. (Insbesondere besitzt $m(t)$ genau eine Nullstelle im betrachteten Intervall.)

b) Es sei $x_0 := 1$ und x_n für $n \geq 1$ das $n-$te Glied des Newton-Verfahrens Ihres Problems. Fertigen Sie mit Hilfe der üblichen technischen Hilfsmittel eine Tabelle an, wo sie x_n und $m(x_n)$ für $n = 1, 2, 3, 4, 5$ auf 5 geltende Ziffern hinter dem Komma angeben!

Aufgabe 3. *(12 Punkte)* Sie wollen aus einem Baumstamm, dessen Querschnittsfläche idealerweise ein Kreis mit Radius $r > 0$ ist, einen Holzbalken mit rechteckiger Querschnittsfläche schneiden, so dass er ein möglichst stabiler Tragebalken wird. Beachten Sie hierbei: Die Stabilität Ihres Tragebalkens ist proportional zur Breite und proportional zum Quadrat der Höhe der Querschnittsfläche.

Wir wünschen Ihnen schöne Weihnachtsferien und ein glückliches neues Jahr!

Abgabe: Freitag nach den Ferien (vor der Vorlesung)