Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1, Mathematik
Prof. Dr. Ernst-Ulrich Gekeler
Dipl.-Math. Dominik Faas

Übung 1
zur Vorlesung Mathematik für Naturwissenschaftler II (SS 08)

Aufgabe 1. *(5 Punkte)* Lösen Sie die folgenden linearen Gleichungssysteme.

a)
$$\left\{\begin{array}{rcl} 2x_1 + x_2 - x_4 &=& -3 \\ -x_1 + 3x_3 - 2x_4 &=& 0 \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 &=& -6 \end{array}\right.$$

b)
$$\left\{\begin{array}{rcl} 2x_1 + x_2 - x_4 &=& -3 \\ -x_1 + 3x_3 - 2x_4 &=& 0 \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 &=& -7 \end{array}\right.$$

c)
$$\left\{\begin{array}{rcl} 2x_1 - 3x_2 &=& 1 \\ 4x_1 - 2x_2 &=& 10 \\ -2x_1 - 5x_2 &=& -17 \end{array}\right.$$

Aufgabe 2. *(15 Punkte)* Für $t \in \mathbb{R}$ betrachten wir die Matrix $A_t \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ und den Vektor $\underline{b}_t \in \mathbb{R}^3$ mit

$$A_t = \begin{pmatrix} 1 & t & -3t+2 \\ -2 & -t & 3t-3 \\ -4 & -3t & t^2+5t-4 \end{pmatrix}, \quad \underline{b}_t = \begin{pmatrix} -t+1 \\ t-2 \\ -t^2+4t-4 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie in Abhängigkeit von t den Rang der Matrix A_t und die Lösungsmenge des Linearen Gleichungssystems

$$A_t x = \underline{b}_t.$$

Hinweis: Bringen Sie zunächst die erweiterte Matrix auf Zeilenstufenform und machen Sie dann eine Fallunterscheidung nach den möglichen Werten von t.

Aufgabe 3. *(10=5+5 Punkte)*

a) Gegeben seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & -2 & 4 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 5 & 7 & -2 \\ 0 & 4 & -3 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Determinanten von $A,\ B$ und $(A \cdot B)$.

b) Berechnen Sie die Determinante der Matrix

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & -1 & -2 \\ -4 & 5 & 2 & 1 \\ -3 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 4. *(10 Punkte)* Sei $x \in \mathbb{R}$ eine gegebene reelle Zahl. Bestimmen Sie die Determinante der Matrix

$$A(x) = \begin{pmatrix} x-1 & -1 & -3 \\ 4 & 2 & 3x \\ -5x-7 & -1 & x-5 \end{pmatrix}.$$

Für welche Werte von x ist $A(x)$ invertierbar?

Abgabe: Dienstag den 29.04.08 (vor der Vorlesung)