Mathematik für Naturwissenschaftler II
Übungsblatt 4

Abgabetermin Donnerstag, den 12.5.2005 vor der Vorlesung.

1. Sei $A := \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

   - Berechnen Sie die inverse Matrix A^{-1}.
   - Lösen Sie das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ für jeden der Vektoren
     $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

   Würden Sie die Matrix A^{-1} auch bestimmen, um nur ein einzelnes Gleichungssystem $Ax = b$ zu lösen?

   (**10 Punkte**)

2. Beschreiben Sie detailliert den Algorithmus, mit dem man eine Matrix A auf Gauß-Gestalt bringen kann, indem Sie eine Schritt-für-Schritt-Anleitung (sogenannten Pseudo-Code) geben. Ihr Algorithmus sollte also z.B. folgendem Muster folgen:

   - 1. Wenn in der ersten Spalte nur Nullen stehen, dann ... .
   - 2. Sonst entscheide, ob der oberste Eintrag dieser Spalte = 0 ist.
   - 3. Wenn ja, dann suche einen Eintrag in der ersten Spalte, der $\neq 0$ ist. ...
   - $\vdots$
   - m. Wenn die Antwort in Schritt 2 “Nein” war, dann ...
   - $\vdots$
   - n. Wiederhole die Schritte 19-25, bis ...
   - $\vdots$

   (Wenn Sie wollen, dürfen Sie auch andere Formen von Pseudo-Code verwenden (z.B. ein Flussdiagramm). Er sollte aber von einer Form sein, die es ermöglichen würde, aus Ihrer Beschreibung ohne große Mühe ein Computerprogramm abzulesen.)

   (**20 Punkte**)

(bitte wenden)

3. Seien sieben Vektoren $x_1, \ldots, x_7 \in \mathbb{R}^n$ gegeben. Das Erzeugnis von $\{x_1, x_2, x_3\}$ habe Dimension 2, das Erzeugnis von $\{x_4, x_5, x_6, x_7\}$ habe Dimension 3.
Sei d die Dimension des Erzeugnisses von $\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$. (ohne x_7 !)
Welche Werte kann d unter diesen Voraussetzungen annehmen? Geben Sie für jeden solchen Wert ein Beispiel an, und begründen Sie, warum d die sonstigen Werte nicht annehmen kann.

(10 Punkte)