WS 02/03

Prof. Dr. Frank-Olaf Schreyer
Janko Boehm

Mathematik für Informatiker I
Übungsblatt 10

Abgabetermin Montag 20.1.2003 vor der Vorlesung

1. Leiten Sie mit Hilfe von Partialbruchzerlegung die Stammfunktion $\int f(x)\,dx$ der Funktion $f : D \to \mathbb{R}$
$$f(x) := \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$$
auf ihrem Definitionsbereich D her.

2. Bestimmen Sie die Potenzreihenentwicklung von $f(x) = \frac{1}{x^2-3x+2}$ im Nullpunkt.

   Hinweis: Verwenden Sie die Partialbruchzerlegung.

3. Geben Sie die Grenzfunktion
$$\sum_{n=0}^{\infty} n^2 x^n$$
in ihrem Konvergenzintervall in geschlossener Form an.

4. Konvergieren die folgenden Reihen?

   (a)
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$$

   (b)
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n (\ln n)^2}$$

   Hinweis: Integralkriterium.

5. Sei $I \subset \mathbb{R}$ ein Intervall, $f : I \to \mathbb{R}$ eine $(n+1)$-mal stetig differenzierbare Funktion, $x_0, x \in I$. Zeigen Sie, daß für das Restglied $R_{n+1}(x)$ der Taylorformel
$$f(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x - x_0)^k + R_{n+1}(x)$$
gilt: Ist $p \in \mathbb{N}$ mit $1 \le p \le n+1$, dann gibt es ein ξ zwischen x_0 und x mit
$$R_{n+1}(x) = f^{(n+1)}(\xi) \cdot \frac{(x-\xi)^{n+1-p}}{n!} \frac{(x-x_0)^p}{p}$$