

Mathematik für Informatiker I
Übungsblatt 12**Abgabetermin Montag 3.2.2003 vor der Vorlesung**

1. Begründen Sie, warum die folgenden Teilmengen keine Untervektorräume des $\mathbb{R}^2$ sind:

$$U := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \geq 0\}$$

$$S := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$$

$$W := \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$$

2. Sei für $d \geq 2$

$$V_d = \{p \in \mathbb{R}[x] \mid \deg p \leq d\}$$

der Vektorraum der Polynome in 1 Variable vom Grad $\leq d$.

Prüfen Sie, ob die folgenden Teilmengen Untervektorräume von V_d sind, und bestimmen Sie bei den Untervektorräumen die Dimension:

$$U_1 = \{p \in V_d \mid p(0) = 0\}$$

$$U_2 = \{p \in V_d \mid p(0) = 1\}$$

$$U_3 = \{p \in V_d \mid p(1) = 0\}$$

$$U_4 = \left\{ p \in V_d \mid \int_0^1 p(x) dx = 0 \right\}$$

$$U_5 = \{p \in V_d \mid p'(0) + p''(0) = 0\}$$

$$U_6 = \{p \in V_d \mid p'(0) \cdot p''(0) = 0\}$$

3. Sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -4 \\ -3 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie AB und BA . Können Sie $AB \neq BA$ auch ohne Rechnung einsehen?

4. Lösen Sie das lineare Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & 8 & 27 & 64 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 25 \\ 125 \end{pmatrix}$$

5. (a) Sei V ein d -dimensionaler Vektorraum über dem endlichen Körper $\mathbb{F}_p = \mathbb{Z}/p$ mit p Elementen. Zeigen Sie V hat p^d Elemente.
(b) Zeigen Sie, daß $\mathbb{R}$ als $\mathbb{Q}$ -Vektorraum unendliche Dimension hat.