Mathematik für Informatiker I
Prof . Dr. Frank-Olaf Schreyer, Janko Böhm
Übungsblatt 6

Abgabetermin Montag 9.12.2002 vor der Vorlesung

1. Zeigen Sie: Jede Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ in $\mathbb{R}$ hat eine monotone Teilfolge.

2. Für die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ sei $L := \limsup_{n\to\infty}\left(\sqrt[n]{|a_n|}\right)$. Zeigen Sie:

   - Ist $L < 1$ dann konvergiert die Reihe absolut.
   - Ist $L > 1$ dann divergiert die Reihe.

3. Untersuchen Sie folgende Reihen auf Konvergenz:

   (a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3-2n}$

   (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(1+(-1)^n\cdot\frac{1}{2}\right)^n}{n^2}$

   (c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^4}{3^n}$

4. Untersuchen Sie folgende Reihen auf Konvergenz, und berechnen Sie im Falle von Konvergenz den Grenzwert:

   (a) $\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \left(\frac{3}{5}\right)^{n+k}$

   (b) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{n+4}{n^2-3n+2}$

   (c) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2}{n^2-1}$

5. Bestimmen und zeichnen Sie für $r = \frac{1}{2}, 1, 2$ die Menge:

$$\left\{ z \in \mathbb{C} \mid \left| \frac{z-1}{z+1} \right| < r \right\}$$