Prof. Dr. Frank-Olaf Schreyer
Janko Boehm

Mathematik für Informatiker II
Übungsblatt 3

Abgabetermin Mittwoch, den 14.5.2003 vor der Vorlesung.

1. Die Legendre-Polynome sind für $n \geq 0$ definiert durch
$$P_n(x) = \frac{1}{2^n \cdot n!} \frac{d^n}{dx^n} \left(\left(x^2 - 1\right)^n \right)$$
Zeigen Sie, daß die Legendre-Polynome bezüglich dem Skalarprodukt
$$\langle f, g \rangle = \frac{1}{2} \int_{-1}^{1} \overline{f(x)} g(x)\, dx$$
ein Orthogonalsystem bilden, d.h. $\langle P_n, P_m \rangle = 0$ für $n \neq m$.
Hinweis: Zeigen Sie zunächst für $n > m$:
$$\int_{-1}^{1} x^m P_n(x)\, dx = 0$$

2. Konstruieren Sie Beispiele, die zeigen, daß keine weiteren Implikationen außer den angegebenen gelten:

punktweise Konvergenz	$\Longleftarrow$	gleichmäßige Konvergenz	$\Longrightarrow$	Konvergenz im quadratischen Mittel

3. Bestimmen Sie die Fourierreihe von
$$f(x) = \sin^3(x)$$

4. Berechnen Sie
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^6}$$
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k)^2}$$

5. Seien
$$f = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{ikx} \text{ und } g = \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_k e^{ikx}$$
2π-periodische stetige, stückweise stetig differenzierbare Funktionen. Bestimmen Sie die Fourierreihe von $f \cdot g$.