SOMMERSEMESTER 03

PROF. DR. FRANK-OLAF SCHREYER
JANKO BOEHM

Mathematik für Informatiker II
Übungsblatt 6

Abgabetermin Mittwoch, den 4.6.2003 vor der Vorlesung.

1. Bestimmen Sie die Normalformen der folgenden Quadriken:

   (a)
   $$Q_1 := \left\{ x \in \mathbb{R}^3 \mid \frac{1}{2}x_1^2 + x_1x_3 + x_2^2 + \frac{1}{2}x_3^2 + 2x_2 - 1 = 0 \right\}$$

   (b)
   $$Q_2 := \left\{ x \in \mathbb{R}^3 \mid 2x_1x_3 + x_2^2 + x_1 + x_2 + x_3 - 1 = 0 \right\}$$

2. Bestimmen Sie auf $Q := \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{4} = 1 \right\}$ die möglichen Extrema der Funktion
   $$f(x, y, z) = x + y + z$$
   Was für Extrempunkte liegen vor?

3. Nach welcher Variablen läßt sich die implizite Gleichung
   $$x^3 + y^3 - 1 = 0$$
   im Punkt $(0, 1)$ auflösen. Bestimmen Sie das Taylorpolynom der Auflösung(en) bis zum Grad 3.

4. Bestimmen Sie das Maximum und Minimum der Funktion
   $$f(x, y) = 4x^2 - xy$$
   auf $M := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 9x^2 + y^2 \leq 1\}$.
   Hinweis: Betrachten Sie mögliche Extrema von f auf dem Inneren und dem Rand von M getrennt.

5. Wo ist die Kugelkoordinatenabbildung
   $$\Phi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$$
   $$\Phi(r, \varphi, \vartheta) = (r \cos\varphi \cos\vartheta, r \sin\varphi \cos\vartheta, r \sin\vartheta)$$
   nicht lokal umkehrbar?