SOMMERSEMESTER 03

PROF. DR. FRANK-OLAF SCHREYER
JANKO BOEHM

Mathematik für Informatiker II
Übungsblatt 7

Abgabetermin Mittwoch, den 11.6.2003 vor der Vorlesung.

1. Zeigen Sie die Volumina von Zylinder, Halbkugel und Kegel mit gleichem Grundkreis und gleicher Höhe haben das Verhältnis $3 : 2 : 1$.

2. Sei $K \subset \mathbb{R}^n$ kompakt. Der Schwerpunkt $\bar{x} = (\bar{x}_1, ..., \bar{x}_n)$ von K ist definiert durch
$$\bar{x}_i := \frac{1}{Vol\,(K)} \int_K x_i dx$$
Bestimmen Sie den Schwerpunkt des soliden Ellipsoids
$$E = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid (x - y)^2 + 2\,(y - z - 1)^2 + 3\,(z + 1)^2 \leq 4\right\}$$

3. Sei $K \subset \mathbb{R}^3$ kompakt. Das Trägheitsmoment bezüglich der z-Achse ist
$$m = \int_K \left(x^2 + y^2\right) dxdydz$$
Bestimmen Sie Volumen und Trägheitsmoment des Torus
$$T := \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \left(R^2 - r^2 + x^2 + y^2 + z^2\right)^2 \leq 4R^2 \left(x^2 + y^2\right)\right\}$$
mit Radien $R > r > 0$.

4. Sei $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ eine stetige Abbildung und $K \subset \mathbb{R}^n$ kompakt. Zeigen Sie, $F\,(K)$ ist kompakt.

5. Bestimmen Sie das Volumen des Durchschnittes $Z_1 \cap Z_2$ von
$$Z_1 = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 1\right\}$$
$$Z_2 = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + z^2 \leq 1\right\}$$