Lineare Algebra II
Übungsblatt 11

Abgabetermin Donnerstag, den 03.07.2008 vor der Vorlesung.

1. Seien folgende Geraden im $\mathbb{R}^3$ gegeben

$$L_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 2+t \\ t \\ -t \end{pmatrix} \mid t \in \mathbb{R} \right\} \quad L_2 = \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ t \\ 2 \end{pmatrix} \mid t \in \mathbb{R} \right\}$$
$$L_3 = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ t \end{pmatrix} \mid t \in \mathbb{R} \right\} \quad L_4 = \left\{ \begin{pmatrix} t \\ t \\ t+1 \end{pmatrix} \mid t \in \mathbb{R} \right\}$$

   Bestimmen Sie alle Geraden $L \subset \mathbb{R}^3$, die alle 4 Geraden schneiden.

2. Sei $V = \mathbb{R}^6$ und $\omega = e_1 \wedge e_2 + e_3 \wedge e_4 + e_5 \wedge e_6$. Zeigen Sie: $\wedge$-Produkt mit ω bzw. $\omega \wedge \omega$ gibt Isomorphismen

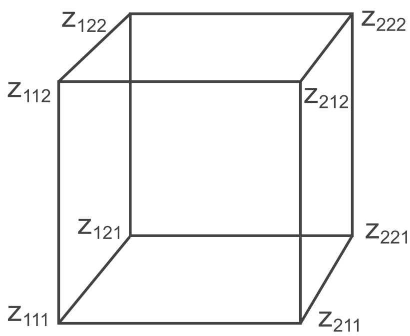
$$\textstyle\bigwedge^2 V \to \bigwedge^4 V,\ \alpha \mapsto \alpha \wedge \omega$$
$$\textstyle\bigwedge^1 V \to \bigwedge^5 V,\ \beta \mapsto \beta \wedge \omega \wedge \omega$$

3. Sei $\mathbb{F}_q$ ein Körper mit q Elementen. Bestimmen Sie die Anzahl der Elemente der Grassmannschen $\mathbb{G}_{\mathbb{F}_q}(2,5)$ über $\mathbb{F}_q$ mit Hilfe des Gauß-Algorithmus.

4. Seien V, W, U Vektorräme der Dimension 2 mit Basen e_1, e_2 von V, f_1, f_2 von W und g_1, g_2 von U. Zeigen Sie: Ein Tensor

$$T = \sum_{i,j,k=1,2} z_{ijk} \cdot e_i \otimes f_j \otimes g_k$$

   ist zerlegbar genau dann, wenn alle 2×2 Determinanten zu Flächen in dem Würfel



   verschwinden.

Ordnen Sie jeder Aufgabe vor und nach Bearbeitung das Prädikat zu leicht, leicht, mittel, schwer oder zu schwer zu.