

Lineare Algebra II
Übungsblatt 5**Abgabe bis Freitag, den 23.05.2008 im Postfach AG Schreyer im Erdgeschoss E2 4.**

1. Die Vektoren

$$v_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad v_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad v_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

bilden eine Basis von $V = \mathbb{R}^5$. Bestimmen Sie die zu $(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5)$ duale Basis von $V^* = \text{Hom}(\mathbb{R}^5, \mathbb{R}) = \mathbb{R}^{1 \times 5}$. Zusatz: Schreiben Sie eine Maple-Routine, die diese Aufgabe generell löst.

2. Sei
- $U \subset V$
- ein Untervektorraum. Dann ist der zu
- U
- senkrechte Untervektorraum von
- V^*
- definiert durch

$$U^\perp = \{\varphi \in V^* \mid \varphi(u) = 0 \text{ für alle } u \in U\}$$

Zeigen Sie: Für Untervektorräume $U, W \subset V$ gilt

$$(U + W)^\perp = U^\perp \cap W^\perp \quad (U \cap W)^\perp = U^\perp + W^\perp$$

3. (a) Bestimmen Sie für den durch die Spalten der Matrix

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{F}_2^{7 \times 4}$$

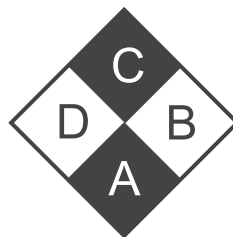
aufgespannten Unterraum $C \subset \mathbb{F}_2^7$ eine Matrix H deren Zeilen eine Basis des Senkrechtraums $C^\perp \subset \mathbb{F}_2^7$ bilden.

Bemerkung: Man nennt H die Prüfmatrix zu dem durch G gegebenen Code und $C^\perp$ den dualen Code. Ein Codewort ist ein Element von C .

- (b) Zeigen Sie: Zwei beliebige Codeworte in obigem Code
- C
- unterscheiden sich in wenigstens 3 Positionen.

Bemerkung: Man kann Fehler in der Übertragung durch einen verrauschten Kanal mit diesem Code eindeutig korrigieren, solange das empfangene Wort sich vom Ausgangswort höchstens um 1 Eintrag unterscheidet. Den durch C gegebenen Code nennt man den $[7, 4]$ -Hamming-Code.

4. Gegeben sei ein mit quadratischen Kacheln identischer Größe gefliester Fußboden:



Geben Sie ein Konstruktionsverfahren an, um folgende perspektivische Zeichnung des gefliesten Fußbodens zu vervollständigen. Beweisen Sie die Korrektheit Ihres Verfahrens.



Ordnen Sie jeder Aufgabe vor und nach Bearbeitung das Prädikat zu leicht, leicht, mittel, schwer oder zu schwer zu.