

Lineare Algebra II
Übungsblatt 6**Abgabetermin Donnerstag, den 29.05.2008 vor der Vorlesung.**

1. In einem Geschäft, das täglich geöffnet ist, sollen immer genau 3 Mitarbeiter anwesend sein, und jeder soll genau 3 Tage pro Woche arbeiten. Weiter soll ein Kunde, der an zwei verschiedenen Tagen vorbeikommt, einen Mitarbeiter antreffen, der an beiden Tagen gearbeitet hat. Stellen Sie einen solchen Dienstplan auf.

2. Zeigen Sie:

- (a) Drei Punkte $P = \langle p \rangle, Q = \langle q \rangle, R = \langle r \rangle \in \mathbb{P}^2(K)$ mit $p, q, r \in K^3 \setminus \{0\}$ sind kollinear, d.h. sie liegen auf einer Geraden genau dann, wenn p, q und r linear abhängig sind.
- (b) Drei Geraden

$$L_a = \{(x_0 : x_1 : x_2) \in \mathbb{P}^2 \mid a_0x_0 + a_1x_1 + a_2x_2 = 0\}$$

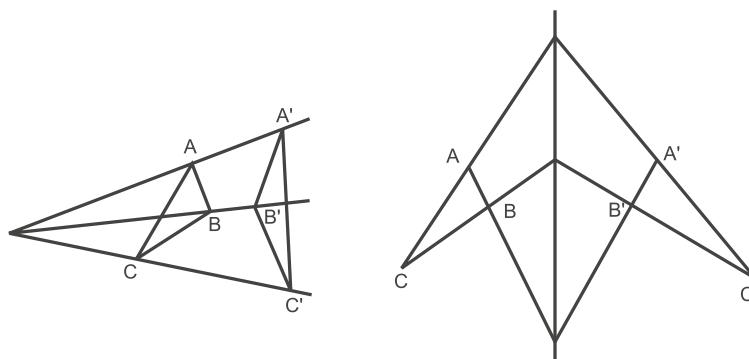
$$L_b = \{(x_0 : x_1 : x_2) \in \mathbb{P}^2 \mid b_0x_0 + b_1x_1 + b_2x_2 = 0\}$$

$$L_c = \{(x_0 : x_1 : x_2) \in \mathbb{P}^2 \mid c_0x_0 + c_1x_1 + c_2x_2 = 0\}$$

schneiden sich in einem Punkt genau dann, wenn die Koeffizientenvektoren (a_0, a_1, a_2) , (b_0, b_1, b_2) und (c_0, c_1, c_2) linear abhängig sind.

3. Wir definieren:

- Ein Dreieck $\triangle ABC$ in $\mathbb{P}^2$ ist gegeben durch drei paarweise verschiedene Punkte A, B, C und die Geraden AB, AC, BC .
- $\triangle ABC$ heißt in Perspektive mit $\triangle A'B'C'$ vom Punkt P , wenn $\{P, A, A'\}$, $\{P, B, B'\}$ und $\{P, C, C'\}$ jeweils Mengen kollinear Punkte sind.
- $\triangle ABC$ heißt in Perspektive mit $\triangle A'B'C'$ von der Geraden L , wenn sich $\{L, AB, A'B'\}$, $\{L, AC, A'C'\}$ und $\{L, BC, B'C'\}$ jeweils in einem Punkt schneiden.



Zeigen Sie: Zwei Dreiecke sind in Perspektive von einem Punkt genau dann, wenn sie in Perspektive von einer Geraden sind.

4. Zwei Geraden L, L' in $\mathbb{P}^2$ mit Punkten $p_1, p_2, p_3 \in L$ und $p'_1, p'_2, p'_3 \in L'$ heißen zentralperspektivisch zueinander, wenn die drei Geraden $p_i p'_i$, $i = 1, 2, 3$ sich in einem Punkt p schneiden.

Sei $p''_1, p''_2, p''_3 \in L''$ ein weiteres Tupel, das zentralperspektivisch zu $p'_1, p'_2, p'_3 \in L'$ ist. Ist dann stets $p_1, p_2, p_3 \in L$ zentralperspektivisch zu $p''_1, p''_2, p''_3 \in L''$?

Ordnen Sie jeder Aufgabe vor und nach Bearbeitung das Prädikat zu leicht, leicht, mittel, schwer oder zu schwer zu.