

Lineare Algebra II
Tutorium 1

**Bearbeitung und Besprechung im CIP-Pool der Mathematik,
Dienstag 13.05.2008, 12:30-14:00 und Donnerstag, 15.05.2008, 12:30-14:00.**

Das Maple-Worksheet mit den Inputdaten $A_1, A_2, A_3, A_4, b_1, b_2$ finden Sie auf der Vorlesungs-homepage. Im Tutorium werden wir das Maple-Paket `linalg` verwenden.

1. Berechnen Sie mit Maplefunktionen

- (a) den Rang der Matrix A_1 ,
- (b) eine Zeilenstufenform von A_1 und bestimmen Sie von Hand daraus eine Basis des Kerns von A_1 ,
- (c) den Kern von A_1 ,
- (d) die Lösungsmengen der linearen Gleichungssysteme $A_1x = b_1$ und $A_1x = b_2$,
- (e) die Eigenwerte und Eigenräume der Matrix A_2 ,
- (f) eine Basiswechselmatrix, die A_2 auf Diagonalform bringt.

2. Schreiben Sie eine Maplefunktion, die eine Basis des Durchschnitts der Untervektorräume

$$U = \langle u_1, \dots, u_r \rangle, \quad W = \langle w_1, \dots, w_s \rangle \subset \mathbb{Q}^n$$

gegeben durch Erzeugendensysteme u_1, \dots, u_r und w_1, \dots, w_s berechnet. Wenden Sie Ihre Funktion an, um den Durchschnitt von Bild A_1 und Bild A_2 zu bestimmen.

3. Sei $A \in \text{End}(\mathbb{Q}^n)$ ein Endomorphismus, dessen charakteristisches Polynom über \mathbb{Q} zerfällt. Schreiben Sie Maplefunktionen, die für A

- (a) die Zerlegung von \mathbb{Q}^n in die Haupträume W_λ von A berechnet,
- (b) die darstellende Matrix von A auf W_λ bestimmt,
- (c) falls A nilpotent ist, gemäß dem Klassifikationssatz für nilpotente Matrizen eine Basis von \mathbb{Q}^n bestimmt und diese zusammen mit der Jordanschen Normalform von A ausgibt,
- (d) die Jordansche Normalform von A berechnet und die zugehörige Basiswechselmatrix ausgibt.

4. Testen Sie Ihre Funktion zur Berechnung der Jordanschen Normalform an

- (a) einer nilpotenten Blockdiagonalmatrix N mit Jordanblöcken der Dimensionen 1, 2, 2, 4 (die Sie mit Maplefunktionen erzeugen),
- (b) der nilpotenten Matrix A_3 ,
- (c) der Matrix A_4 .

Vergleichen Sie auch mit der Funktion `jordan` von Maple.

Hinweis: Verwenden Sie die Maplefunktionen `rank`, `gaussjord`, `nullspace`, `linsolve`, `eigenvalues`, `eigenvectors`, `jordan`, `convert`, `concat` und `multiply`.