Sommersemester 08 Prof. Dr. Frank-Olaf Schreyer
Dr. Janko Boehm

Lineare Algebra II
Tutorium 1

Bearbeitung und Besprechung im CIP-Pool der Mathematik,
Dienstag 13.05.2008, 12:30-14:00 und Donnerstag, 15.05.2008, 12:30-14:00.

Das Maple-Worksheet mit den Inputdaten $A_1, A_2, A_3, A_4, b_1, b_2$ finden Sie auf der Vorlesungshomepage. Im Tutorium werden wir das Maple-Paket linalg verwenden.

1. Berechnen Sie mit Maplefunktionen

   (a) den Rang der Matrix A_1,

   (b) eine Zeilenstufenform von A_1 und bestimmen Sie von Hand daraus eine Basis des Kerns von A_1,

   (c) den Kern von A_1,

   (d) die Lösungsmengen der linearen Gleichungssysteme $A_1x = b_1$ und $A_1x = b_2$,

   (e) die Eigenwerte und Eigenräume der Matrix A_2,

   (f) eine Basiswechselmatrix, die A_2 auf Diagonalform bringt.

2. Schreiben Sie eine Maplefunktion, die eine Basis des Durchschnitts der Untervektorräume

$$U = \langle u_1, ..., u_r \rangle, \quad W = \langle w_1, ..., w_s \rangle \quad \subset \mathbb{Q}^n$$

   gegeben durch Erzeugendensysteme $u_1, ..., u_r$ und $w_1, ..., w_s$ berechnet. Wenden Sie Ihre Funktion an, um den Durchschnitt von Bild A_1 und Bild A_2 zu bestimmen.

3. Sei $A \in \operatorname{End}(\mathbb{Q}^n)$ ein Endomorphismus, dessen charakteristisches Polynom über $\mathbb{Q}$ zerfällt. Schreiben Sie Maplefunktionen, die für A

   (a) die Zerlegung von $\mathbb{Q}^n$ in die Haupträume W_λ von A berechnet,

   (b) die darstellende Matrix von A auf W_λ bestimmt,

   (c) falls A nilpotent ist, gemäß dem Klassifikationssatz für nilpotente Matrizen eine Basis von $\mathbb{Q}^n$ bestimmt und diese zusammen mit der Jordanschen Normalform von A ausgibt,

   (d) die Jordansche Normalform von A berechnet und die zugehörige Basiswechselmatrix ausgibt.

4. Testen Sie Ihre Funktion zur Berechnung der Jordanschen Normalform an

   (a) einer nilpotenten Blockdiagonalmatrix N mit Jordanblöcken der Dimensionen $1, 2, 2, 4$ (die Sie mit Maplefunktionen erzeugen),

   (b) der nilpotenten Matrix A_3,

   (c) der Matrix A_4.

   Vergleichen Sie auch mit der Funktion jordan von Maple.

Hinweis: Verwenden Sie die Maplefunktionen rank, gaussjord, nullspace, linsolve, eigenvalues, eigenvectors, jordan, convert, concat und multiply.