UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
Fachrichtung 6.1 - Mathematik
Prof. Dr. Frank-Olaf Schreyer
Jens Römer

Übungen zur Vorlesung Algebraische Topologie

Wintersemester 2013/14

Blatt 6 25. November 2013

Aufgabe 1.

a) Geben Sie Triangulierungen der Kleinschen Flasche und des Torus an.
b) Zeigen Sie, dass man mindestens vier Simplizes benötigt um S^2 zu triangulieren.
c) Triangulieren Sie $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$ mit einer minimalen Anzahl an Simplizes. Beweisen Sie, dass keine Triangulierung mit weniger Simplizes existiert.

Aufgabe 2. Berechnen Sie die Homologiegruppen $H_p(K, \mathbb{Z})$ für Triangulierungen K der Kleinschen Flasche, des Torus und der S^2.
Hinweis: Sie dürfen ein Computeralgebrasystem verwenden.

Aufgabe 3. Sei
$$0 \to A \to B \to C \to 0$$
eine kurze exakte Sequenz von endlich erzeugten abelschen Gruppen. Zeigen Sie, dass $B \cong A \oplus C$ gilt, falls C frei ist (d.h. $C \cong \mathbb{Z}^k$ für ein $k \geq 0$). Geben Sie eine kurze exakte Sequenz mit $B \ncong A \oplus C$ an.

Aufgabe 4. Beweisen Sie das Fünfer-Lemma: Sei
$$\begin{tikzcd} A \arrow[r, "\alpha"] \arrow[d, "f"] & B \arrow[r, "\beta"] \arrow[d, "g"] & C \arrow[r, "\gamma"] \arrow[d, "h"] & D \arrow[r, "\delta"] \arrow[d, "k"] & E \arrow[d, "l"] \\ A' \arrow[r, "\alpha'"] & B' \arrow[r, "\beta'"] & C' \arrow[r, "\gamma'"] & D' \arrow[r, "\delta'"] & E' \end{tikzcd}$$
ein kommutatives Diagramm abelscher Gruppen mit exakten Zeilen und sind g und k Isomorphismen, f surjektiv und l injektiv, so ist h ein Isomorphismus.

Die Lösungen des Übungsblattes sind am 02.12.2013 vor der Vorlesung abzugeben.