UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
Fachrichtung 6.1 - Mathematik
Prof. Dr. Frank-Olaf Schreyer
Christian Bopp, Michael Hahn

Übungen zur Vorlesung Mathematik für Informatiker 2

Sommersemester 2014

Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung werden auf der Seite unserer Arbeitsgruppe unter *Teaching* zu finden sein: www.math.uni-sb.de/ag/schreyer/
Das Übungsblatt wird in der dritten Vorlesungswoche in einer Präsenzübung besprochen.

Präsenzblatt 2 16. April 2014

Aufgabe 1 (Reihen)**.** Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$ für die die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$$

konvergiert und geben Sie in diesen Fällen den Grenzwert an.

Aufgabe 2 (Grenzwerte)**.** Überprüfen Sie, ob die folgenden Grenzwerte existieren und berechnen Sie gegebenenfalls den Grenzwert

(a) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \tan(x)(x - \frac{\pi}{2})$
(b) $\lim\limits_{x \to 0} \ln(x)e^{-x}$
(c) $\lim\limits_{x \to \infty} \ln(x)e^{-x}$
(d) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{\sqrt{e^x}}{e^{\sqrt{x}}}$

Aufgabe 3 (Taylorreihe)**.** Berechnen Sie die Taylorreihe von

$$f(x) = \frac{x}{(x-1)(x+1)}$$

im Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.
Zeigen Sie mit Hilfe von Partialbruchzerlegung, dass die Taylorreihe auf dem offenen Intervall $(-1, 1)$ gegen f konvergiert.

Aufgabe 4 (Arithmetische und geometrische Mittel)**.** Seien $a_0, b_0 \in \mathbb{R}$ mit $0 < a_0 < b_0$. Die Folgen $(a_i)_{i\in\mathbb{N}}$ und $(b_i)_{i\in\mathbb{N}}$ seien rekursiv definiert durch

$$a_{i+1} = \sqrt{a_i b_i} \quad \text{und} \quad b_{i+1} = \frac{a_i + b_i}{2}.$$

Zeigen Sie, dass die beiden Folgen konvergieren und ihre Grenzwerte übereinstimmen.