

Übungen zur Vorlesung Mathematik für Informatiker 2

Sommersemester 2014

Die Lösungen des Übungsblattes sind am 28.05.2014 **vor der Vorlesung** abzugeben.

Blatt 5

21. Mai 2014

Aufgabe 1 (Permutationen). Lässt sich bei dem bekannten Schiebepuzzle die linke der folgenden Konfigurationen in die Ausgangsstellung (rechts) überführen?

2	1	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

Aufgabe 2 (Zykelschreibweise und Permutationsgruppen). (a) Geben Sie für die folgenden Permutationen deren Zykelschreibweise, Ordnung und Signum an:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 8 & 5 & 6 & 7 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix} \in S_8,$$

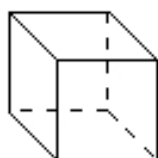
$$\sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 7 & 4 & 5 & 3 & 6 & 8 & 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 1 & 5 & 3 & 4 & 7 & 6 & 8 \end{pmatrix} \in S_8.$$

(b) Geben Sie für jede der Permutationsgruppen S_i , $i = 4, 5, 6, 7$, je ein Element $s_i \in S_i$ maximaler Ordnung an.

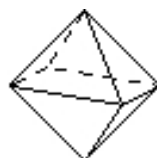
Aufgabe 3 (Symmetriegruppen der Platonischen Körper). Bestimmen Sie die Ordnungen der Symmetriegruppen sämtlicher *Platonischer Körper* (die nach der Anzahl Ihrer Flächen benannt sind):



Tetraeder



Würfel



Oktaeder

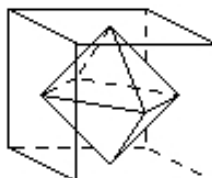


Dodekaeder



Ikosaeder

Tipp:



Für Dodekaeder und Ikosaeder gibt es ein ähnliches Bild.

Aufgabe 4 (Operation durch Konjugation). Sei G eine Gruppe. Wir definieren durch Konjugation eine Gruppenoperation φ von G auf sich selbst:

$$\varphi: G \times G \rightarrow G, (g, x) \mapsto \varphi(g, x) := g.x := gxg^{-1}.$$

- (a) Zeigen Sie: Das ist tatsächlich eine Gruppen-Operation.
- (b) Eine *Konjugationsklasse* ist eine Bahn unter dieser Operation. Eine *Partition* von $n \in \mathbb{N}$ ist eine Darstellung der Form: $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$ für gewisse $n_i \in \mathbb{N}$ und ein gewisses $k \in \mathbb{N}$ mit: $n_1 \geq n_2 \geq \dots \geq n_k$.
Zeigen Sie: Der Zykeltyp (was ist eine sinnvolle Definition?) von Elementen in S_n definiert eine Bijektion zwischen den Konjugations-Klassen von S_n und den Partitionen von n .