



Übungen zur Funktionentheorie

Sommersemester 2016

Die Lösungen des Übungsblattes sind bis spätestens 12.00 Uhr, am 30.06.2016, in die Briefkästen vor dem Zeichensaal in Geb. E2 5, einzuwerfen.

Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung werden auf der Seite unserer Arbeitsgruppe unter *Teaching* zu finden sein: www.math.uni-sb.de/ag-schreyer/

Blatt 10

23.06.2016

Aufgabe 1. Die Funktion f habe im Punkt 0 eine wesentliche Singularität. Geben Sie Beispiele dafür an, dass

- (a) $\frac{f'}{f}$ keine isolierte Singularität in 0 hat.
- (b) $\frac{f'}{f}$ einen Pol in 0 hat.
- (c) $\frac{f'}{f}$ eine wesentliche Singularität in 0 hat.

Ist es möglich, dass $\frac{f'}{f}$ in 0 holomorph fortsetzbar ist?

Aufgabe 2. Skizzieren Sie den Beweis des Satzes von Mittag-Leffler für den Einheitskreis: Jede Hauptteilverteilung im Einheitskreis ist lösbar.

Aufgabe 3. Verwenden Sie Aufgabe 2, um eine im Einheitskreis D meromorphe Funktion zu konstruieren, für die jeder Punkt des Randes von D Häufungspunkt von Polen ist.

Aufgabe 4. Es sei $(a_n)_{n \in \mathbb{N}} \subset \mathbb{C}$ eine Folge paarweise verschiedener Elemente ohne Häufungspunkt in \mathbb{C} , und $(b_n)_{n \in \mathbb{N}} \subset \mathbb{C}$ eine weitere Folge. Zeigen Sie, dass eine ganze Funktion f existiert mit $f(a_n) = b_n$ für alle $n \in \mathbb{N}$.