



Übungen zur Funktionentheorie

Sommersemester 2016

Die Lösungen des Übungsblattes sind bis spätestens 12.00 Uhr, am 14.07.2016, in die Briefkästen vor dem Zeichensaal in Geb. E2 5, einzuwerfen.

Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung werden auf der Seite unserer Arbeitsgruppe unter *Teaching* zu finden sein: www.math.uni-sb.de/ag-schreyer/

Blatt 12

07.07.2016

Aufgabe 1. Sei $D = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| < 1\}$ und $f : D \rightarrow D$ eine holomorphe Funktion die $f(a) = a$ und $f(b) = b$ für zwei Punkte $a, b \in D$ erfüllt. Zeigen Sie, dass $f(z) = z$ für alle $z \in D$ gelten muss.

Aufgabe 2. Sei G eine diskrete Untergruppe von $(\mathbb{C}, +)$. Zeigen Sie, dass dann eine der folgenden Aussagen gilt

- (1) $G = \{0\}$
- (2) Es gibt ein $w \neq 0$ in G und $G = \{nw \mid n \in \mathbb{Z}\}$
- (3) Es gibt zwei über \mathbb{R} unabhängige Elemente $w_1, w_2 \in G$, so dass $G = \{n_1w_1 + n_2w_2 \mid n_1, n_2 \in \mathbb{Z}\}$ ist.

Aufgabe 3. Es sei $f(z) = \frac{1}{1-z^2} + \frac{1}{3-z}$. Bestimmen Sie die Laurententwicklung von f

- (a) im Kreisring $1 < |z| < 3$
- (b) im Kreisring $1 < |z-2| < 3$

Aufgabe 4. Berechnen Sie die folgenden Integrale

- (a) $\int_0^\infty \frac{t^2 + 1}{t^4 + 1} dt$
- (a) $\int_0^\infty \frac{\cos(t)}{t^2 + a^2} dt$ mit $a \in \mathbb{R}$
- (a) $\int_{-\infty}^\infty \frac{e^{i\pi t}}{t^2 + 2t + 2} dt$
- (a) $\int_0^\infty \frac{t \cos(t)}{t^2 - 2\pi t + a} dt$ mit $a > \pi^2$