



## Übungen zur Funktionentheorie

Sommersemester 2016

Die Lösungen des Übungsblattes sind bis spätestens 09.00 Uhr, am 06.05.2016, in die Briefkästen vor dem Zeichensaal in Geb. E2 5, einzuwerfen.

Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung werden auf der Seite unserer Arbeitsgruppe unter *Teaching* zu finden sein: [www.math.uni-sb.de/ag-schreyer/](http://www.math.uni-sb.de/ag-schreyer/)

### Blatt 2

28.04.2016

**Aufgabe 1.** Berechnen Sie Real- und Imaginärteil der folgenden Funktionen und skizzieren Sie die Niveaulinien.

(a)  $f : \mathbb{C}^* \rightarrow \mathbb{C}, z \mapsto \frac{1}{z}$

(b)  $g : \mathbb{C}^* \rightarrow \mathbb{C}, z \mapsto \frac{1}{2}\left(z + \frac{1}{z}\right)$

**Aufgabe 2.** Zeigen Sie, dass jede Potenzreihe

$$P(z) = \sum_{\nu=0}^{\infty} a_{\nu}(z - z_0)^{\nu}$$

im Inneren ihres Konvergenzkreises komplex differenzierbar ist.

**Aufgabe 3.** Betrachten Sie die gebrochen rationale Funktion

$$w(z) = \frac{\lambda z - 1}{\lambda - z}.$$

Bestimmen Sie alle  $\lambda \in \mathbb{R}$  für die gilt:  $|z| < 1 \Leftrightarrow |w(z)| < 1$ .

**Aufgabe 4.** Es sei  $G$  ein Gebiet und  $f : G \rightarrow \mathbb{C}$  eine komplex differenzierbare Funktion. Zeigen Sie, dass  $f$  bereits auf  $G$  konstant ist, falls  $\operatorname{Re}(f)$  oder  $\operatorname{Im}(f)$  oder  $|f|$  auf  $G$  konstant ist.