



## Übungen zur Funktionentheorie

Sommersemester 2016

Die Lösungen des Übungsblattes sind bis spätestens 12.00 Uhr, am 23.06.2016, in die Briefkästen vor dem Zeichensaal in Geb. E2 5, einzuwerfen.

Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung werden auf der Seite unserer Arbeitsgruppe unter *Teaching* zu finden sein: [www.math.uni-sb.de/ag-schreyer/](http://www.math.uni-sb.de/ag-schreyer/)

### Blatt 9

16.06.2016

**Aufgabe 1.** (a) Bestimmen Sie die Anzahl der Nullstellen des Polynoms

$$p(z) = z^7 - 5z^4 + iz^2 - 2$$

in dem Gebiet  $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| < 1\}$

(b) Zeigen Sie, dass für reelle  $\lambda > 1$  die Gleichung

$$e^{-z} + z = \lambda$$

in der Halbebene  $H = \{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re}(z) > 0\}$  genau eine Lösung hat, und dass diese reell ist.

**Aufgabe 2.** Zeigen Sie

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^3} dx = \frac{2\pi}{3\sqrt{3}}$$

**Aufgabe 3.** Es sei  $a \in \mathbb{R}_{>0}$  und  $b \in \mathbb{C}$  mit  $\operatorname{Re}(b) > 0$ . Beweisen Sie

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos(ax)}{(x^2+b^2)^2} dx = \frac{\pi(ab+1)}{4b^3} e^{-ab}.$$

**Aufgabe 4.** Berechnen Sie für  $a \in \mathbb{R}_{>0}$  das Integral

$$\int_0^{\infty} \frac{(x^3 + 4x^2 + x - 6) \log(x)}{(x^2 + a^2)^2(x-1)} dx.$$