Fakultät MI, Fachrichtung Mathematik
Prof. Dr. Frank-Olaf Schreyer
Dr. Michael Hoff

UNIVERSITÄT DES SAARLANDES

Übungen zur Vorlesung Mathematik für InformatikerInnen 2

Sommersemester 2020

Die Abgabe der Übungsblätter erfolgt per Email bis zum **20.05.2020, 10 Uhr** vor der Vorlesung. Senden Sie Ihre Lösungen an den Tutor Ihrer Übungsgruppe. Auf der Vorlesunghomepage finden Sie die Emailadressen.
Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung sind auf der Seite unserer Arbeitsgruppe unter *Teaching* zu finden: www.math.uni-sb.de/ag/schreyer/

Blatt 2 13.05.2020

Aufgabe 1 (Matrizen und Kommutativität)**.** (a) Bestimmen Sie alle Matrizen der Form

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \quad a, b, c, d \in \mathbb{R},$$

für die gilt:

$$A \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} A.$$

(b) Man sagt, eine $n \times n$ Matrix M kommutiert mit einer $n \times n$ Matrix N, wenn $MN = NM$. Bestimmen Sie alle reellen 2×2 Matrizen, die mit jeder reellen 2×2 Matrix kommutieren.

Aufgabe 2 (Abstand im $\mathbb{R}^3$)**.** Berechnen Sie den Abstand zwischen den folgenden beiden Geraden im $\mathbb{R}^3$:

$$g : \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \mid \lambda \in \mathbb{R} \right\}, \qquad h : \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \mid \mu \in \mathbb{R} \right\}.$$

Aufgabe 3 (Spiegel)**.** Im Punkt $A = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ befinde sich ein Auge und schaut auf einen (unendlich großen) Spiegel mit der Gleichung $x = 0$. Ein Objekt ist im Punkt $O = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$.

(a) In welche Richtung schaut das Auge um das Objekt im Spiegel zu sehen? Fertigen Sie eine Skizze an.
(b) In welchem Punkt P auf dem Spiegel sieht man das Objekt?
(c) Wie groß ist der Winkel OPA?

Aufgabe 4 (Kodierungstheorie).
Hamming Code: Um ein Datenwort $w = (w_1, w_2, w_3, w_4) \in (\mathbb{F}_2)^4$ fehlerkorrigierend zu übertragen, werden beim Hamming-Code drei Parity-Check-Bits p_1, p_2, p_3 hinzugefügt, und das Wort $(p_1, p_2, w_1, p_3, w_2, w_3, w_4) \in (\mathbb{F}_2)^7$ übertragen. Hierbei sind p_i, $i = 1, 2, 3$, durch die Gleichungen

$$\begin{aligned} p_1 + w_1 + w_2 + w_3 &= 0 \\ p_2 + w_1 + w_3 + w_4 &= 0 \\ p_3 + w_2 + w_3 + w_4 &= 0 \end{aligned}$$

in $\mathbb{F}_2$ definiert.

(a) Zeigen Sie, dass eine Übertragung des Codewortes in $\mathbb{F}_2^7$ mit höchstens einem Fehler sich eindeutig korrigieren lässt.

(b) Stellen Sie den Hamming Code $C \subset \mathbb{F}_2^7$ durch ein lineares Gleichungssystem in Matrixscheibweise dar und bestimmen Sie dessen Minimaldistanz.