



Übungen zur Vorlesung Mathematik für Informatiker 1

Wintersemester 2013/14

Die Lösungen des Übungsblattes sind am 15.01.2014 vor der Vorlesung abzugeben.

Blatt 11

8. Januar 2014

Aufgabe 1 (Differenzierbarkeit). Zeigen Sie:

- (a) Die Betragsfunktion $|\cdot|: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto |x|$, ist in $x \neq 0$ differenzierbar, in $x = 0$ aber nicht.
- (b) Die Funktion

$$x \mapsto \begin{cases} x^2 \cdot \sin \frac{1}{x}, & \text{falls } x \neq 0, \\ 0, & \text{falls } x = 0, \end{cases}$$

ist differenzierbar, aber nicht zweimal differenzierbar.

Aufgabe 2 (Approximierung). Schreiben Sie zwei Programme (z.B. mit Maple), um $\sqrt[k]{a}$ zu berechnen; verwenden Sie dabei einmal das Intervall-Halbierungsverfahren und einmal das Newtonverfahren. Zählen Sie, wieviele Iterationen Ihre beiden Verfahren benötigen, um $\sqrt[4]{3}$ mit einer Genauigkeit von mindestens 10^{-5} zu berechnen. Verwenden Sie $[1, 2]$ als Startintervall für das Intervall-Verfahren und 1 als Startwert für das Newtonverfahren.

Aufgabe 3 (Optimierung). Eine Konservendose von 320 ml Inhalt soll so dimensioniert werden, dass der Blechverbrauch minimal ist. Wir nehmen dabei an, die Konservendose sei ein perfekter Zylinder. Welche Höhe und welchen Durchmesser hat die Dose?

Hinweis: Dabei dürfen Sie die aus der Schule bekannten Formeln für Volumen und Mantel eines Zylinders verwenden.

Aufgabe 4 (Kurvendiskussion). Diskutieren Sie die folgenden Funktionen, d.h. bestimmen Sie alle Nullstellen, lokale Minima und Maxima, Wendepunkte, Polstellen, den Definitionsbereich und das asymptotische Verhalten. Fertigen Sie jeweils eine Skizze an.

$$f_1(x) = \frac{x^3 - 3x}{x^2 - 4}$$

$$f_2(x) = xe^{-\frac{1}{x}}$$

$$f_3(x) = 2 \cos x - x^2$$