UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
Fachrichtung 6.1 - Mathematik
Prof. Dr. Frank-Olaf Schreyer
Christian Bopp, Michael Hahn

Übungen zur Vorlesung Mathematik für Informatiker 1

Wintersemester 2013/14

Die Lösungen des Übungsblattes sind am 30.10.2013 **vor der Vorlesung** abzugeben.

Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung werdern auf der Seite unserer Arbeitsgruppe unter *Teaching* zu finden sein: www.math.uni-sb.de/ag/schreyer/

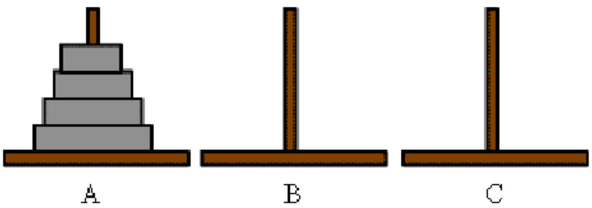
Blatt2 23. Oktober 2013

Aufgabe 1 (Induktion)**.** Finden Sie eine geschlossene Formel, die nur von $n \in \mathbb{N}$ abhängt, für

$$\sum_{k=1}^{n} k^3$$

(beispielsweise mit der in der Vorlesung erläuterten Methode, oder auch anders) und beweisen Sie die Formel per Induktion.

Aufgabe 2 (Die Türme von Hanoi)**.** Das Spiel *Die Türme von Hanoi* besteht aus 3 Spielfeldern, auf denen $n \in \mathbb{N}$ Scheiben paarweise verschiedener Größe gestapelt werden können. Zu Beginn des Spiels sind alle Scheiben auf einem der Spielfelder der Größe nach gestapelt (die unten liegende Scheibe ist die größte, wie im Bild zu sehen). Ziel des Spiels ist es, den Anfangsstapel auf ein anderes Feld zu versetzen, so dass er dort wieder in der gleichen Stapel–Reihenfolge liegt. Dazu darf in jedem Spielzug die oberste Scheibe eines beliebigen Turms auf einen anderen Turm, der keine kleinere Scheibe enthält, gelegt werden.



Geben Sie einen Algorithmus an (Papierform genügt), der dieses Problem löst, und beweisen Sie die Korrektheit Ihres Algorithmus. Stellen Sie eine Formel für die Anzahl der notwendigen Züge auf und beweisen Sie diese mit vollständiger Induktion.

Aufgabe 3 (Schubfachprinzip und Kartesische Produkte)**.** Gegeben seien 101 paarweise verschiedene ganze Zahlen $a_1, \ldots, a_{101} \in \mathbb{Z}$. Zeigen Sie: Es gibt eine Teilfolge $a_{i_1}, a_{i_2}, \ldots, a_{i_{11}}$, $i_1 < \cdots < i_{11}$, von 11 Zahlen, so dass die Folge entweder monoton fallend ($a_{i_1} > \cdots > a_{i_{11}}$) oder monoton steigend ($a_{i_1} < \cdots < a_{i_{11}}$) ist.

Aufgabe 4 (Injektivität und Surjektivität)**.** Seien M und N endliche Mengen. Wieviele injektive Abbildungen gibt es von M nach N? Wieviele surjektive Abbildungen gibt es von M nach N, wenn N zwei, drei oder vier Elemente enthält? Haben Sie eine Idee für den allgemeinen Fall $|N| = n \in \mathbb{N}$?