



## Übungen zur Vorlesung Analysis 1

Wintersemester 2014/15

Die Lösungen des Übungsblattes sind am 28.01.2015 **vor der Vorlesung** abzugeben.

Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung werden auf der Seite unserer Arbeitsgruppe unter *Teaching* zu finden sein: [www.math.uni-sb.de/ag-schreyer/](http://www.math.uni-sb.de/ag-schreyer/)

### Blatt 11

21. Januar 2015

**Aufgabe 1.** Diskutieren Sie die folgenden Funktionen, d.h. bestimmen Sie alle Nullstellen, lokale Minima und Maxima, Wendepunkte, Polstellen, den Definitionsbereich und das asymptotische Verhalten. Fertigen Sie jeweils eine Skizze an.

$$f_1(x) = \frac{x^3 - 3x}{x^2 - 4}$$

$$f_2(x) = xe^{-\frac{1}{x}}$$

$$f_3(x) = 2 \cos x - x^2$$

**Aufgabe 2.** Sortieren Sie die Funktionen

$$f_1(x) = x^{\ln x} \quad f_4(x) = 3^x$$

$$f_2(x) = e^{x \ln x} \quad f_5(x) = x^3$$

$$f_3(x) = x^x \quad f_6(x) = e^x \ln x$$

nach dem Wachstum für  $x \rightarrow \infty$  (Begründung!).

**Aufgabe 3.** (a) Zeigen Sie:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos x + e^x + e^{-x} - 4}{x^4} = \frac{1}{6},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos ax} - \sqrt{\cos bx}}{x^2} = \frac{b^2 - a^2}{4} \quad \text{für } a, b \in \mathbb{R}.$$

Prüfen Sie, ob folgende Grenzwerte existieren, und bestimmen Sie diese gegebenenfalls:

(b)  $\lim_{x \searrow 0} \frac{\ln x}{\cot x},$

(c)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\tan(3x)}{\tan(x)},$

(d)  $\lim_{x \searrow 1} (\ln(x) \cdot \ln(1-x)).$

**Aufgabe 4.** Zeigen Sie  $\lim_{n \rightarrow \infty} (n \ln(1 + \frac{1}{n})) = 1$  und folgern Sie daraus:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e.$$