

## Übungen zur Vorlesung Analysis 1

Wintersemester 2014/15

Die Lösungen des Übungsblattes sind am 5.11.2014 **vor der Vorlesung** abzugeben.

Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung werden auf der Seite unserer Arbeitsgruppe unter *Teaching* zu finden sein: [www.math.uni-sb.de/ag-schreyer/](http://www.math.uni-sb.de/ag-schreyer/)

**Blatt 1**

29. Oktober 2014

### Aufgabe 1.

(a) Zeigen Sie mit vollständiger Induktion

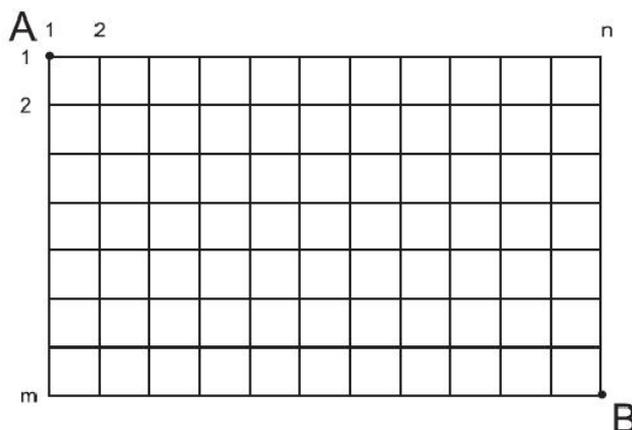
$$\sum_{k=1}^n (2k-1)^3 = 2n^4 - n^2$$

(b) Stellen Sie eine geschlossene Formel für

$$\sum_{k=1}^n (2k-1)^2$$

auf, und beweisen Sie diese mit vollständiger Induktion.

**Aufgabe 2.** In einem amerikanischen Stadtplan mit  $n$  Avenues und  $m$  Streets, die ein Gitter aus gleich großen Quadraten bilden (siehe Abbildung unten), wollen Sie von einem Eckpunkt  $A$  aus zum gegenüberliegenden Eckpunkt  $B$  gehen. Wieviele kürzeste Wege gibt es?



**Aufgabe 3.** Zeigen Sie, dass  $n$  Geraden in einer Ebene diese in höchstens  $\binom{n+1}{2} + 1$  Gebiete unterteilen, und Gleichheit gilt, wenn keine der Geraden parallel sind und keine 3 durch einen Punkt gehen.

**Aufgabe 4.** Zeigen Sie:

(a) Für alle  $n, s, t \in \mathbb{N}$  gilt

$$\binom{s+t}{n} = \sum_{k=0}^n \binom{s}{k} \binom{t}{n-k}$$

(b) Für jedes  $n \in \mathbb{N}$  gilt

$$\sum_{j=0}^n j \cdot \binom{n}{j} = n \cdot 2^{n-1}$$

Beachten Sie:  $\binom{n}{k} = 0$  für  $n < k$ .