

Übungen zur Vorlesung Analysis 1

Wintersemester 2014/15

Die Lösungen des Übungsblattes sind am 5.11.2014 **vor der Vorlesung** abzugeben.

Alle Übungsblätter und Informationen zur Vorlesung werden auf der Seite unserer Arbeitsgruppe unter *Teaching* zu finden sein: www.math.uni-sb.de/ag-schreyer/

Blatt 1

29. Oktober 2014

Aufgabe 1.

(a) Zeigen Sie mit vollständiger Induktion

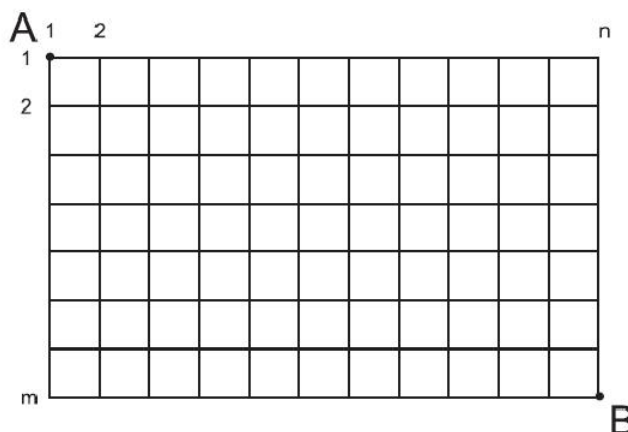
$$\sum_{k=1}^n (2k-1)^3 = 2n^4 - n^2$$

(b) Stellen Sie eine geschlossene Formel für

$$\sum_{k=1}^n (2k-1)^2$$

auf, und beweisen Sie diese mit vollständiger Induktion.

Aufgabe 2. In einem amerikanischen Stadtplan mit n Avenues und m Streets, die ein Gitter aus gleich großen Quadraten bilden (siehe Abbildung unten), wollen Sie von einem Eckpunkt A aus zum gegenüberliegenden Eckpunkt B gehen. Wieviele kürzeste Wege gibt es?



Aufgabe 3. Zeigen Sie, dass n Geraden in einer Ebene diese in höchstens $\binom{n+1}{2} + 1$ Gebiete unterteilen, und Gleichheit gilt, wenn keine der Geraden parallel sind und keine 3 durch einen Punkt gehen.

Aufgabe 4. Zeigen Sie:

(a) Für alle $n, s, t \in \mathbb{N}$ gilt

$$\binom{s+t}{n} = \sum_{k=0}^n \binom{s}{k} \binom{t}{n-k}$$

(b) Für jedes $n \in \mathbb{N}$ gilt

$$\sum_{j=0}^n j \cdot \binom{n}{j} = n \cdot 2^{n-1}$$

Beachten Sie: $\binom{n}{k} = 0$ für $n < k$.